

**Cálculo do Fluxo de Caixa Atuarial para Planos de Previdência do Tipo Benefício  
Definido: uma simulação na UFPB**

**MARCELO MAIA DINIZ**

*Universidade Federal da Paraíba*

**LUIZ FELIPE DE ARAÚJO PONTES GIRÃO**

*UnB/UFPB/UFRN*

**Resumo**

O fluxo de caixa é uma importante ferramenta utilizada pelas empresas e evidência às entradas e saídas de seus recursos num determinado período, projetadas a partir de uma taxa de juros de remuneração e trazidas a valor presente, que aqui é o primeiro ano do plano. No caso de uma entidade previdenciária o fluxo de caixa deve conter além da taxa de remuneração, a probabilidade de vida e morte de cada participante do plano bem como de seus beneficiários, para assim identificar as entradas e saídas de recursos atuarialmente calculadas, essa é a principal diferença de uma empresa de previdência de empresas de outras áreas. Esse trabalho desenvolve um simulador a partir do sistema computacional Matlab que calcula o fluxo de caixa de um plano de previdência do tipo benefício definido, para os decrementos, aposentadoria por tempo de contribuição e morte, considerando o modelo de Rodrigues (2008), além de fornecer a reserva matemática no primeiro ano do plano. Considerando premissas atuariais e uma base de dados real formada por 81 servidores públicos federais que trabalham no Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal da Paraíba, chega-se ao resultado de um plano superavitário, com uma reserva matemática razoável. Isso garante ao gestor do plano tranquilidade para administrar os recursos disponíveis, para manter a liquidez e a solvência e inclusive possibilidade de revisão das premissas atuariais. O simulador desenvolvido pode ser utilizado por entidades previdenciárias reais e por consultorias atuariais, a necessidade da apresentação na avaliação atuarial do fluxo de caixa pode ser facilitada com a utilização dessa importante ferramenta aqui desenvolvida.

**Palavras-chave:** Planos de Previdência; Fluxo de caixa previdenciário; Simulação.

## 1 INTRODUÇÃO

Todas as empresas precisam identificar suas necessidades de liquidez e solvência, ou seja, verificar a capacidade de pagamento a curto e longo prazo. Para isso existe o fluxo de caixa, que é um importante recurso utilizado pelas empresas para acompanhar a entrada e a saída de recursos num período definido de avaliação.

Apesar de a Demonstração dos Fluxos de Caixa não ser explorada mais detalhadamente neste trabalho, é importante destacar a sua existência e utilização nas empresas. Conforme a lei 11.638 de 28 de dezembro de 2007 a demonstração de fluxo de caixa é obrigatória para todas as empresas, exceto aquelas com patrimônio líquido inferior a R\$ 2.000.000,00 na data do fechamento do balanço e de acordo com Iudícibus e Marion (2010) essa demonstração “proporciona informações que habilitam os usuários a avaliar as mudanças nos ativos líquidos de uma entidade” (p. 261) quando é utilizado associado a outros relatórios contábeis.

Assim, este relatório torna-se importante para o acompanhamento da capacidade de pagamento de uma empresa, o que pode demonstrar se ela está gerindo seus recursos adequadamente e fazendo com que o dinheiro que entra na empresa gere lucro e cumpra com as obrigações assumidas por ela.

Nas entidades previdenciárias essa rotina é semelhante, em que o gestor do plano tem a necessidade de saber a quantidade de recebimentos e pagamentos futuros, pois uma decisão razoável de investimento exige uma adequada previsão dos fluxos de caixa futuros, podendo ajustar suas decisões às necessidades do plano e dependendo do tipo de plano, esse conhecimento vai demonstrar a capacidade de honrar com os compromissos futuros.

Se o plano for de contribuição definida, a necessidade de conhecer o fluxo de caixa será para garantir o maior rendimento possível para o cumprimento das obrigações para o período pós-laboral do contribuinte do plano. Já no plano de benefício definido, o conhecimento das receitas e pagamentos futuros demonstrará a capacidade do plano de honrar os compromissos assumidos com os seus participantes e também prever déficits futuros e corrigi-los, bem como auxiliará o gestor na necessidade de aumento das contribuições, ou melhor a alocação da carteira de investimentos.

A principal diferença entre o fluxo de caixa de empresas que não sejam de previdência com uma empresa de previdência, é que para os cálculos de recebimentos e despesas de empresas que não são de previdência são realizados com correções dos valores a partir de taxas de juros de remuneração, assim para calcular o valor atual é necessário apenas o fator financeiro de desconto. Já numa entidade previdenciária os cálculos são realizados atuarialmente e além dos juros, existem as probabilidades de o participante estar vivo ou morto (Luccas Filho, 2011).

Um estudo mais aprofundado utiliza não só a probabilidade de vida e morte, mas sim todos os motivos de saídas de um participante de um plano de previdência (decrementos). A utilização de uma tábua atuarial de múltiplos decrementos garante ainda mais qualidade à informação fornecida pelo fluxo de caixa, pois pode-se calcular não apenas considerando a morte do participante, mas também outros motivos de saída dele do plano, como por exemplo, a invalidez, ou o afastamento por demissão ou por exoneração, entre outros.

A condição incluída na avaliação dos planos de previdência é própria da ciência atuarial e torna a gestão dos planos ainda mais complicada, pois é necessário garantir os pagamentos dos benefícios contratados no início do período de contribuição, entre a entidade o participante e, em caso de seu falecimento, também os seus dependentes. Dessa forma, a produção de um simulador que propõe fornecer essa informação para os planos de previdência, sejam eles

privados (e.g. fundos de pensão e entidades fechadas de previdência complementar), ou públicas [e.g. regimes próprios de previdência social (RPPS)] é um avanço importante da teoria à prática da ciência atuarial, além de dar garantias de uma boa gestão às entidades que fizerem uso de tal ferramenta, sendo este o objetivo principal deste artigo.

Em uma avaliação atuarial da situação de um plano, a partir do uso de um fluxo de caixa projetado trazido a valor presente é possível verificar todas as receitas de contribuições realizadas pelos participantes durante todos os anos seguintes bem como as despesas com benefícios aos participantes ou dependentes e assim identificar possíveis déficits futuros, dando ao gestor a possibilidade de uma melhor alocação dos recursos já recebidos e a receber para assim minimizar ou até evitar problemas futuros.

Neste artigo tratou-se, especificamente, dos planos de benefícios definidos e, através de métodos atuariais, produziu-se um simulador de cálculo de reserva matemática a partir desse fluxo de caixa. Além disso, descreveu-se a metodologia do cálculo do fluxo de caixa atuarial através de um sistema computacional e a consequente formação da reserva matemática, para planos de previdência do tipo benefício definido, além verificar a composição dos recebimentos e pagamentos do plano a valor presente.

Mais especificamente, identificaram-se os fatores que compõem o Valor Atual da Contribuição Futura concedida (VACFc), o Valor Atual da Contribuição Futura a conceder (VACFac), o Valor Atual do Benefício Futuro concedido (VABFc) obtiveram-se os valores para a simulação do fluxo de caixa a partir de uma base de dados real formada por 81 servidores do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal da Paraíba, com o uso do simulador desenvolvido.

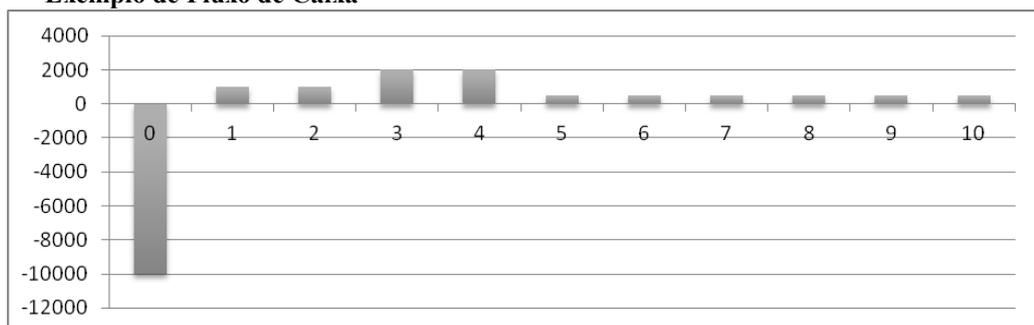
A partir da utilização do simulador desenvolvido para a obtenção dos valores atuais das contribuições e dos benefícios futuros, da base de dados trabalhada, chegou-se a valores que mostraram que se essa base de dados fosse um plano de previdência isolado do conjunto dos servidores públicos federais, seria um plano superavitário, assim sendo a gestão poderia administrar os recursos de tal maneira que garantisse a liquidez e a solvência do plano durante sua existência. As premissas atuariais que nortearam esse cálculo poderiam ser revisadas para diminuir o superávit e mesmo assim garantir o equilíbrio do plano.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Um fluxo de caixa mostra as entradas e saídas de recursos do caixa de uma empresa a valor presente e possibilita os usuários dessa informação a tomarem decisões acerca dos ativos envolvidos. Um fluxo de caixa funciona basicamente, conforme demonstra abaixo na Figura 1:

Figura 1

**Exemplo de Fluxo de Caixa**

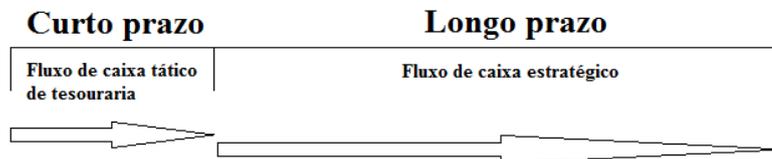


Fonte: Elaboração própria

A linha horizontal representa o tempo e a linha vertical o valor. Então no ano 0 (zero) ocorreu uma saída de capital, e nos anos seguintes a entrada, representando uma situação de investimento, onde houve primeiro o desembolso do recurso e com o passar do tempo o retorno. O investimento é acrescido de juros e pode-se calcular o valor do dinheiro no tempo a partir do cálculo do valor presente, descontando a taxa de juros paga no investimento. Dessa forma, calculando o valor presente do fluxo de caixa, é possível identificar se o investimento é interessante ou não do ponto de vista do retorno.

Frezatti (2014) demonstra o fluxo de caixa sob duas abordagens, que são a estratégica e a tática, esta se refere ao curto prazo e aquela ao longo prazo como mostra a Figura 2.

Figura 2  
**Abordagens do Fluxo de Caixa**



Fonte: Elaboração própria

A abordagem tática é considerada como sendo de curto prazo com características como a necessidade de detalhamento das informações, revisões constantes e um sistema preciso de informações. Aqui a empresa identifica sua liquidez e capacidade financeira.

A abordagem estratégica é a de longo prazo com características como pouco detalhamento, baixa frequência de atualização de dados e relevância mais na tendência do que da precisão. A abordagem estratégica associada a abordagem tática é fundamental para empresas com ciclos de desenvolvimento alongados, que é o caso das entidades previdenciárias, que são empresas que trabalham com horizontes de tempo bastante longos, nesse trabalho avaliou-se até 31 anos.

Segundo Frezatti (2014) “a dimensão de longo prazo, no seu fluxo estratégico, desperta o potencial de discussão e ação sobre o fluxo tático de curto prazo” (p. 7), tendo, dessa forma, uma forte relação na utilização das duas abordagens.

Nas entidades previdenciárias, a necessidade de utilização das duas abordagens é evidente. Contudo, a segunda é de suma importância para a garantia de sobrevivência do plano no longo prazo e necessária para as correções advindas da primeira abordagem.

O fluxo de caixa previdenciário em muito se assemelha a um fluxo de caixa qualquer outro tipo de empresa, pois apresenta a movimentação financeira, com a peculiaridade da introdução do cálculo atuarial, nos valores recebidos e a receber e os pagamentos efetuados ou a efetuar de uma entidade previdenciária. O cálculo do valor presente é realizado não apenas utilizando a taxa de juros de remuneração, mas consideram também as probabilidades de vida e morte dos participantes do plano.

Este artigo tem como base o modelo apresentado por Rodrigues (2008), sendo apresentada a composição de um fluxo de caixa previdenciário, avaliando as entradas de contribuições futuras e as saídas de benefícios futuros, todos atuarialmente atualizados a valor presente e desenvolvidos num simulador em um sistema computacional.

Neste trabalho o tratamento dado à composição do fluxo de caixa é prospectivo, que tem como característica desconsiderar o passado e segundo Rodrigues (2008) sendo sua

apuração feita com vistas aos anos futuros; Isso quer dizer que serão verificadas as entradas e saídas futuras dos recursos do plano de aposentadoria atualizados a valor presente, para tanto serão necessárias às apurações das contribuições e benefícios nas condições como seguem (grifos dos autores):

$VACF_{p,c}^{(c)}$  = **Valor atual da contribuição futura** (concedidos) de um participante p, aposentado, sob o cenário c.

$VACF_{p,aC}^{(c)}$  = **Valor atual da contribuição futura** (a conceder) de um participante p, aposentado, sob o cenário c.

$VABF_{p,c}^{(c)}$  = **Valor atual do benefício futuro** (concedidos) de um participante p, aposentado, sob o cenário c.

O fator que diferencia o cálculo atuarial do da matemática financeira comum para um fluxo de caixa é o uso da probabilidade de vida ou morte dos indivíduos que contratam um seguro ou um plano de previdência. No modelo aqui apresentado, as probabilidades de vida ou morte do participante do plano são considerados como condições para o fato gerador, para a concessão do benefício.

A teoria diz que se devem considerar todos os decrementos, que são os motivos para as saídas dos participantes do plano, possíveis para o alcance do melhor resultado, porém só foram considerados neste trabalho os decrementos de aposentadoria por tempo de contribuição e morte, considerando mais decrementos a simulação conseguiria apresentar um resultado ainda mais eficiente, pois consideraria os eventos incertos como a invalidez, a exoneração do servidor, entre outras. Além disso foram utilizadas apenas tábuas de mortalidades, a utilização de tábuas de múltiplos decrementos abrangeria situações como as citadas anteriormente.

## 2.1 Tipos de Planos

A questão da longevidade é debatida nos países em virtude do aumento da expectativa de vida das pessoas e da necessidade delas de poderem sempre poder arcar com os custos da manutenção da vida, ser previdente é uma característica importante para a realização disso, assim sendo a previdência, seja ela oficial ou complementar é um ponto a destacar e ser explorado, pois é dela que sai a renda das pessoas quando se encerra o período laboral.

Os planos de previdência sejam eles públicos oficiais ou privados e complementares são classificados por tipo e são três, os de benefício definido (BD), os de contribuição definida (CD) e os de contribuição variável (CV).

Os planos de benefício definido (BD) de acordo com a resolução MPS/CGPC n. 16 de 22 de novembro de 2005 no seu artigo segundo diz que “entende-se por plano de benefício de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido aquele cujos benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos”.

Para Bhering (2005):

A especificação à priori do benefício dá ao participante à idéia concreta do que deverá ser concedido no futuro. Por outro lado, não se pode dizer o mesmo quanto a evolução das taxas contributivas necessárias ao custeio do benefício prometido (p. 30).

Assim sendo, os planos de benefício definido são aqueles em que o participante já sabe quanto receberá quando encerrar o período laboral e as contribuições são calculadas atuarialmente para que o equilíbrio seja mantido, porém seguem em regra um percentual do salário do participante.

Os planos de contribuição definida (CD) ainda de acordo com a resolução MPS/CGPC n. 16 de 22 de novembro de 2005 no seu artigo terceiro afirma que:

Plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição definida é aquele cujos benefícios programados têm seu valor permanentemente ajustado ao saldo de conta mantido em favor do participante.

Bhering (2005) diz que as contribuições devem ser geridas pelo plano de previdência e investidas até a transformação dos valores acumulados em benefício que pode ser vitalício ou temporário, o que dependerá da escolha do participante na contratação. Ou seja, o participante, ao ingressar no plano, define com quanto contribuirá e o valor acumulado será utilizado para sua renda no período pós-laboral, dessa forma o benefício dependerá do valor acumulado até o momento do benefício.

Os planos de contribuição variável também conforme a resolução MPS/CGPC n. 16 de 22 de novembro de 2005 no seu artigo quarto diz que “entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição variável aquele cujos benefícios programados apresentem a conjugação das características das modalidades de contribuição definida e benefício definido”. Trata-se de uma junção dos outros dois tipos de planos de previdência.

Um plano previdenciário funciona basicamente conforme Figura 3.

Figura 3  
**Ciclo de um plano de previdência**



Fonte: Como criar um fundo de pensão a partir do vínculo associativo

Um participante quando ingressa em um plano de previdência de qualquer tipo, é submetido a esse ciclo, inicialmente são realizadas as contribuições durante todo o período laboral e em seguida é a fase de pagamento de benefícios a ele próprio ou aos seus dependentes, caso existam.

Em termos de risco Pereira, Miranda, Silva (1997) *apud* Torres (2010) afirmam que:

É importante destacar a relação existente entre tipo de benefício ofertado, Contribuição Definida (CD) e Benefício Definido (BD), e o risco de mercado. No CD todo o risco do rendimento das aplicações recai sobre o participante, porque a diminuição do retorno reduzirá o seu benefício pago no futuro. Enquanto que no BD esse tipo de risco é das entidades, porque a remuneração do assistido já está fixada (p. 386).

O tipo de plano aqui estudado, o de benefício definido, garante ao participante o recebimento do benefício contratado na entrada do plano, fica assim, a responsabilidade de garantir esse pagamento à gestão da Entidade previdenciária contratada, que assume todos os riscos da gestão dos recursos que entrarem.

## 2.2 Reserva Matemática

A reserva matemática é o valor que, atuarialmente, equilibra as responsabilidades futuras do plano, tanto do participante quanto da própria entidade previdenciárias. A reserva matemática é expressa conforme a Equação 1.

$$RM = VABF - VACF \quad (1)$$

Em que RM é a reserva matemática, VABF é valor atual do benefício futuro e VACF é o valor atual da contribuição futura.

Ou seja, a reserva matemática é o resultado da subtração dos benefícios com às contribuições do plano. Em outras palavras é a obrigação da entidade previdenciária menos a obrigação dos participantes do plano. No ano 0 (zero) a previsão de despesa (VABF) deve ser igual a previsão de receita (VACF) e a medida em que os anos se passam, as contribuições que são realizadas diminuem do montante formando assim a reserva matemática.

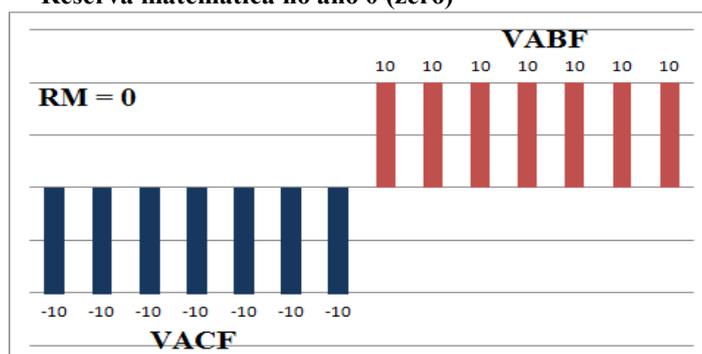
Segundo Chan, Silva e Martins (2010) a Equação 2 representa o equilíbrio dos planos de benefícios.

$$C \cdot \ddot{a}_x = B \cdot \ddot{a}_x \quad (2)$$

Em que C é o valor da contribuição anual, B é o valor do benefício anual,  $\ddot{a}_x$  é o fator que traz a valor presente uma renda pagável a uma pessoa de idade x.

Assim sendo, a reserva matemática no ano 0 (zero) deve ser 0 (zero), pois a receita (C) deve ser igual a despesa (B). A Figura 4 representa este processo.

Figura 4  
Reserva matemática no ano 0 (zero)

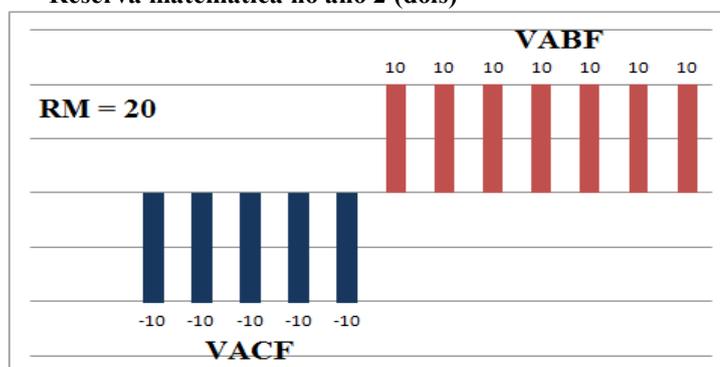


Fonte: Elaboração própria

Considerando um exemplo simples, com todos os valores atualizados a valor presente para o ano de verificação, em que os benefícios serão pagos em 7 períodos totalizando 70 unidades monetárias. No ano 0 (zero) as contribuições também pagas em 7 períodos também totalizam 70 unidades monetárias, assim sendo a reserva matemática é 0 (zero), pois  $VABF(70) - VACF(70) = 0$ .

Seguindo o mesmo raciocínio e com todos os valores atualizados a valor presente para o ano de verificação que é o segundo ano do plano (Figura 5), a reserva matemática como consequência de  $VABF(70) - VACF(50) = 20$ . Ou seja, a medida que as contribuições do plano são realizadas, a reserva matemática é formada para o cumprimento da obrigação da entidade previdenciária.

Figura 5  
**Reserva matemática no ano 2 (dois)**



Fonte: Elaboração própria

### 2.3 Outros estudos

Estudos pesquisados constroem o fluxo de caixa atuarial baseado na distribuição de probabilidade das reservas matemáticas projetadas, como Motta e Rocha (2002), que projetou para 15 anos o fluxo de caixa. Foram geradas 2090 simulações, com os parâmetros sendo utilizados para o cálculo da reserva matemática dos 15 anos propostos, a partir daí é realizada uma estatística descritiva dos resultados, eles concluíram que o conhecimento do processo estocástico das reservas matemáticas e dos fluxos atuariais é fundamental para a escolha de investimentos dos Fundos de Pensão.

Dias e Santos (2009) realizaram um estudo que produziu um valor determinístico do passivo atuarial do plano de previdência e a distribuição de probabilidade das reservas matemáticas, porém diferentemente de Motta e Rocha (2002), eles acrescentam a utilização de várias tábuas atuariais. Com isso proporcionam ao gestor o máximo de informações necessárias para a tomada de decisão acerca do passivo atuarial que é aleatório.

## 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O fluxo de caixa para cada ano de avaliação é dado pela fórmula geral apresentada pela Equação 3.

$$f_c(x) = \frac{1}{K} \times \sum_{c=1}^K \sum_{p=1}^S VACF_{px,c}(c) + VACF_{px,ac}(c) - VABF_{px,c}(c) \quad (3)$$

Em que x corresponde a cada ano de avaliação, k corresponde ao número de cenários, s corresponde ao número de participantes,  $p_x$  corresponde ao participante avaliado, (c) corresponde ao cenário

A Equação 3 expressa uma média de todas as iterações realizadas no modelo. Assim, pode-se afirmar que para cada ano avaliado deve-se iterar K vezes os resultados possíveis para cada um dos participantes avaliados, quanto mais iterações, maior a confiabilidade do resultado do modelo. Porém nesse trabalho o tratamento dado à Equação 3 não é o de uma média, mas sim de um valor encontrado a partir da base de dados. A seguir serão apresentadas as variáveis da fórmula geral.

Os conceitos abaixo se repetirão em diversas equações apresentadas nas próximas seções, portanto já serão evidenciados antecipadamente: %CN = Custo Normal em percentual, que é o percentual do salário do participante do plano que representa a contribuição em cada período;  $v^t(c)$  = Fator de desconto financeiro, considerando a taxa i de juros sob o cenário c;  $s_{p_x} \times [1 + is(c)]^t$  = Ao salário do participante p na idade x acrescido do incremento salarial no tempo t; e B = Benefício do participante.

### 3.1 Valor Atual da Contribuição Futura (Concedidos) – $(VACF_{p,c}(c))$

Como a própria nomenclatura já diz, são as contribuições futuras decorrentes do decréscimo aposentadoria por tempo de contribuição, dos benefícios concedidos aos participantes do plano, que serão apurados a valores presente. A forma de se obter o valor atual das contribuições futuras é representada pela Equação 4.

$${}^cE[CT_p^{tc}(c)] = \sum_{t=0}^T VACF_{p,t}^{tc} \quad e, \\ VACF_{p,t}^{tc} = \sum_{t=0}^T B_{p_{x+t}}^{tc}(c) \times \%CN(c) \times E[q_{p_{x+t}}(c)] \times v^t(c) \quad (4)$$

Em que  $B_{p_{x+t}}^{tc}$  = Benefício do participante p, por decorrência de aposentadoria por tempo de contribuição na data x + t; O cálculo de  ${}^cE[CT_p^d(c)]$  é a estimativa dos valores das contribuições devidas pelo participante p, sob o cenário c, decorrente do benefício de aposentadoria por tempo de contribuição;  $VACF_{p,t}^{tc}$  = Valor atual da contribuição futura decorrente do benefício de aposentadoria por tempo de contribuição, relativo ao participante p, sob o cenário c, segundo a iteração t.

A fórmula representa o somatório das contribuições ( $\%CN$ ) calculadas sobre o salário de aposentadoria B, multiplicado pela condição de o participante estar vivo ou morto, ainda

multiplicado pelo fator de desconto financeiro. O participante continuará pagando contribuições ao Plano enquanto for vivo, independente de estar trabalhando ou aposentado.

### 3.2 Valor Atual da Contribuição Futura (a conceder) – $(VACF_{p,aC}(c))$

Nesta seção são apuradas a valor presente as contribuições futuras decorrentes do decréscimo da aposentadoria por tempo de contribuição dos benefícios a conceder aos participantes do plano, obtidos através da Equação 5.

$${}^cE[CT_p^{tc}(c)] = \sum_{t=0}^T VACF_{p,t}^{tc}(c) + VACF_{p,t}^r(c) \\ \sum_{t=0}^T s_{p_x} \times [1 + is(c)]^t \times \%CN(c) \times E[q_{p_{x+t}}^r(c)] \times E[q_{p_{x+t}}(c)] \times v^t(c) + \\ B_{p_{x+t}}^{tc,d}(c) \times \%CN(c) \times \{1 - E[q_{p_{x+t}}^r(c)]\} \times E[q_{p_{x+t}}(c)] \times v^t(c) \quad (5)$$

${}^cE[CT_p^{tc}(c)]$  é a estimação das contribuições devidas pelo participante  $p$ , de idade  $x+t$ , enquanto vivo e ativo, durante o período de aposentadoria;  $VACF_{p,t}^{tc}(c)$  = Valor atual da contribuição futura decorrente do benefício a conceder por tempo de contribuição, relativo a um participante  $p$ , sob o cenário  $c$  na iteração  $t$ ;  $VACF_{p,t}^r(c)$  = Valor atual da contribuição futura decorrente do benefício concedido, relativo a um participante  $p$ , sob o cenário  $c$  na iteração  $t$ ;  $B_{p_{x+t}}^{tc,d}(c)$  = Benefício devido ao participante  $p$ , de idade  $x+t$ , sob o cenário  $c$ , decorrente de aposentadoria por tempo de contribuição ou invalidez; e  $E[q_{p_{x+t}}^r(c)]$  e  $E[q_{p_{x+t}}(c)]$  são probabilidades que devem responder respectivamente se o participante está aposentado ou não na época  $x+t$  sob o cenário  $c$ , e se o participante  $p$  está ou não vivo na época  $x+t$  sob o cenário  $c$ .

A primeira parte da Equação 5 expressa o somatório das contribuições ( $\%CN$ ) calculadas sobre o salário de cada ano  $x$ , atualizados anualmente, multiplicado pela condição de o participante estar em período laboral, ainda multiplicado pela condição de o mesmo estar vivo ou morto, multiplicado pelo fator de desconto financeiro. A segunda parte da equação mostra o somatório das contribuições ( $\%CN$ ) calculadas sobre o salário de aposentadoria, multiplicado pela condição de o participante estar em período de benefício, multiplicado pela condição dele estar vivo ou morto, ainda multiplicado pelo fator de desconto financeiro.

A fórmula evidencia que a situação em que o participante está vivo ou morto e se está ativo ou aposentado, extrai-se daí o seguinte entendimento, se o participante está vivo, ele pode estar ativo ou aposentado e em ambas as situações ele estará contribuindo, caso esteja morto não estará contribuindo, porém ainda poderá ter benefício para os possíveis dependentes.

### 3.3 Valor Atual do Benefício Futuro (concedidos) – $(VABF_{p,c}(c))$

Aqui são apurados os valores dos benefícios futuros concedidos aos participantes do plano, calculados a valores presentes, decorrentes do decréscimo aposentadoria por tempo de contribuição. São representados pela Equação 6 como segue:

$$B[Et c_p(c)] = \sum_{t=0}^T VABF_{p,t}^{tc}(c) + VABF_{H,t}^{tc}(c) \quad (6)$$

$$\sum_{t=0}^T B_{p_{x+t}}^{tc}(c) \times E[q_{p_{x+t}}(c)] \times v^t(c) + B_{p_{x+t}}^{tc}(c) \times E[H_{p_{x+t}}(c)] \times \{1 - E[q_{p_{x+t}}(c)]\} \times v^t(c) \quad (6)$$

$B[Et c_p(c)]$  é o custo atuarial estimado para dois períodos da trajetória do participante, custo com aposentadoria e custo do benefício aos dependentes;  $VABF_{p,t}^{tc}(c)$  = Valor atual dos benefícios futuros (concedidos), representa o custo atuarial para pagamento dos benefícios de um participante p na data t sob o cenário c, em cada iteração em t deverá se verificar se o participante continua vivo ou não, para receber o benefício;  $VABF_{H,t}^{tc}(c)$  = Valor atual dos benefícios futuros (concedidos), representa o custo atuarial para pagamento dos benefícios dos participantes para os beneficiários após o seu falecimento;  $E[q_{p_{x+t}}(c)]$  é a probabilidade que deve responder se o participante p está ou não vivo na época x+t sob o cenário c;  $E[H_{p_{x+t}}(c)]$  representa a esperança relativa ao grupo familiar de um participante p, de idade x+t sob o cenário c.

O valor varia entre 0% e 100% do benefício total do participante, dependendo da composição do grupo familiar, que recebe 50% do benefício, e mais 10% para cada membro do grupo familiar que tenha direito ao benefício vitalício para o(a) companheiro(a) ou temporário para os filhos até 24 anos de idade, limitado a 5 dependentes. A expressão que representa esse valor é  $H_{p_{x+t}} = 50\% + \sum_{n=1}^5 10\% \times h_n^j(c)$ .

A primeira parte da equação mostra o somatório do salário de aposentadoria multiplicado pela condição de o participante estar vivo e multiplicado pelo fator de desconto financeiro. A segunda parte expressa o salário de aposentadoria multiplicado pela esperança relativa ao grupo familiar do participante, multiplicado pela condição de o participante está morto e por fim, multiplicado pelo fator de desconto financeiro.

A Equação 6 apresenta a situação em que o participante já está na fase pós-laboral, podendo estar vivo ou morto, e caso ele esteja vivo receberá o benefício e caso esteja morto, o benefício será pago aos dependentes, se existirem, de acordo com a composição do grupo familiar do participante, caso ele tenha formado família.

O simulador produzido para obter os resultados objetivos desse trabalho foi desenvolvido no Matlab, e possui as telas conforme demonstrado nas Figuras 6 e 7.

Figura 6  
Tela do simulador 1

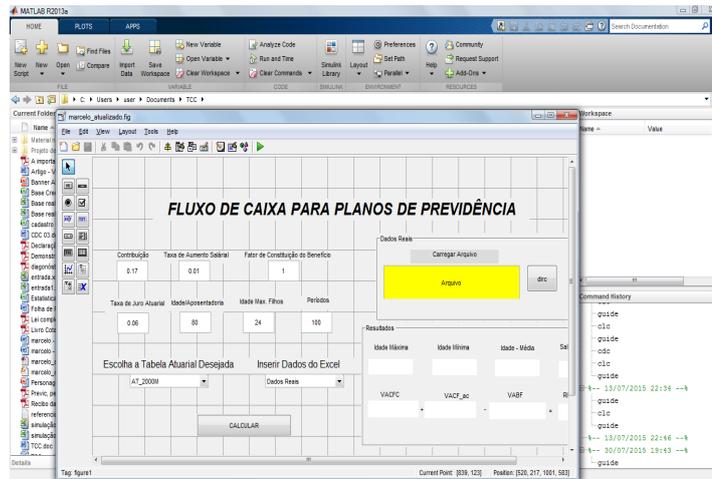
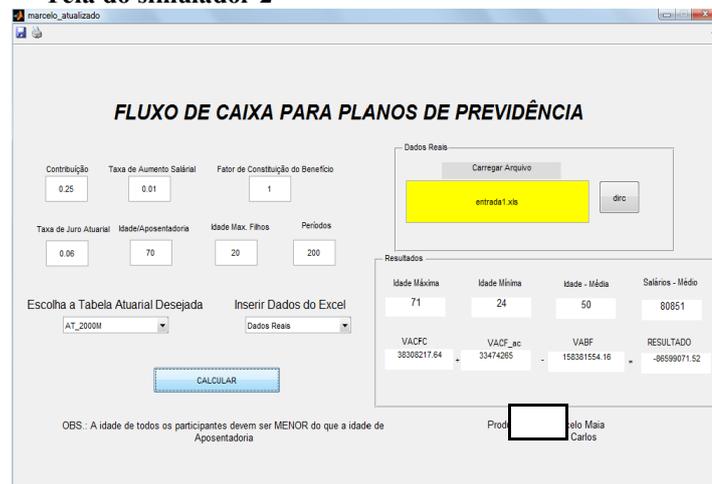


Figura 7  
Tela do simulador 2



### 3.4 Premissas atuariais

Nesse trabalho, busca-se determinar os valores das contribuições e benefícios futuros. Para isso é necessária a definição de parâmetros ou premissas. Para Chan, Silva e Martins (2010), as premissas atuariais correspondem a um conjunto de estimativas que se espera realizar em determinado período e com razoável nível de segurança. Em virtude de se analisar situações futuras, não é possível garantir exatidão nas afirmações, pois existe incerteza nas previsões, assim sendo essas premissas são ajustáveis com o passar dos anos.

Esses possíveis ajustes ocorrerão de acordo com a situação do plano, ou seja, para cobrir possíveis déficits ou superávits e assim garantir o equilíbrio necessário. As premissas utilizadas para o desenvolvimento desse trabalho são apresentadas abaixo:

- a) Foram admitidos 81 participantes, todos servidores públicos federais lotados no Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal da Paraíba;
- b) Todos tinham entre 24 e 65 anos;

- c) Os salários anuais variaram entre R\$21.330,96 e R\$ 191.472,84;
- d) O fator de constituição do benefício g, que incide sobre o salário anual final, foi fixado em 1, que corresponde a 100%;
- e) O Custo normal, que corresponde à taxa de contribuição foi fixado em 25%;
- f) A idade de aposentadoria r foi de 70 e de 75 anos;
- g) A taxa de crescimento salarial foi de 1% ao ano;
- h) A taxa de juros atuariais foi de 6% ao ano;
- i) A tábua de mortalidade adotada foi a AT2000M;
- j) Todas as inferências foram realizadas no sistema computacional Matlab;
- k) Foi gerado apenas 1 cenário para cada ano de inferência;
- l) Foi considerado apenas um decremento, aposentadoria por tempo de contribuição;
- m) Foi considerada perda de pensão por parte dos dependentes;
- n) Foi considerada a mesma tábua de mortalidade para o participante e seus dependentes, assim, o benefício cessa quando a tábua de mortalidade chega a idade  $\Omega$  na tábua utilizada 115 anos;
- o) O participante se aposenta com o mesmo salário de ativo;
- p) O fluxo será apresentado para o somatório de todos os anos e não por cada ano;
- q) Idade máxima para benefício dos filhos 20 anos.

A escolha do CCSA ocorreu em virtude de ser aonde o curso de Ciências Atuariais está instalado na Universidade Federal da Paraíba, além de todos serem servidores públicos Federais que têm regras similares as propostas nesse projeto.

A idade mínima foi a menor verificada na base de dados, a máxima foi definida em virtude de ser a idade de aposentadoria.

Os salários foram obtidos através de pesquisa no site Transparência Brasil a partir da base de dados definida.

O percentual de contribuição foi definido aleatoriamente pelos autores, porém próximo ao definido pelas entidades previdenciárias do Brasil, incluindo a contribuição do trabalhador e a patronal. Este percentual pode ser calculado.

A idade de aposentadoria é a idade limite para aposentadoria compulsória no Brasil, na época da realização da pesquisa.

A Taxa de juros é a máxima aceita no Brasil no início da produção deste trabalho.

O crescimento salarial foi definido aleatoriamente pelo autor, tal premissa pode ser calculada.

A tábua de mortalidade definida é bastante utilizada na literatura atuarial, bem como pelas empresas de seguro e previdência.

#### **4 RESULTADOS**

Foram obtidos a partir do simulador desenvolvido no sistema computacional Matlab os valores atuais das contribuições futuras concedidos, os Valores atuais das contribuições futuras a conceder e os Valores atuais dos benefícios futuros (Concedidos), bem como a reserva matemática.

#### 4.1 Valores atuais das contribuições futuras (concedidos)

A partir da utilização do sistema computacional Matlab e da definição da base de dados com os participantes do plano, o salário de aposentadoria é o último salário do participante do plano o que é corrigido anualmente e corresponde a “B” no último ano de contribuição. Foi realizada uma geração aleatória de valores entre 0 e 1 para compará-los as probabilidades de morte da tábua de mortalidade e assim responder se o participante está vivo ou não na idade  $x$ . Determina-se também a taxa de juros de desconto. A partir do somatório do produto do salário “B”, com o percentual do custo normal, com a condição de o participante estar vivo ou morto e o fator de desconto financeiro chegou-se ao valor abaixo.

**$VACF_{px,c}(c) = \text{R\$ } 30.998.734,51$  (trinta milhões, novecentos e noventa e oito mil, setecentos e trinta e quatro reais e cinquenta e um centavos).**

#### 4.2 Valores atuais das contribuições futuras (a conceder)

Também utilizando o sistema computacional Matlab, e com os salários dos participantes já identificados bem como suas correções anuais calculadas, chega-se também ao salário de aposentadoria “B” que corresponde ao último salário recebido pelo participante do plano. Aleatoriamente, são gerados valores entre 0 e 1 que comparados a probabilidade de morte da tábua de mortalidade respondem se o participante está vivo ou morto.

Agora, faz-se necessário também responder se o participante está ativo ou inativo, assim foi atribuído o número 1 caso o participante esteja trabalhando e o número 0 caso já esteja aposentado.

Então, a fórmula tem duas fases, na primeira delas faz-se o somatório do produto do salário corrigido anualmente, com o percentual do custo normal, com a condição de vivo ou morto, com a condição de ativo ou inativo e o fator de desconto atuarial. A segunda parte da equação é o somatório do produto do salário de aposentadoria “B”, com o percentual do custo normal, com a condição de vivo ou morto, com a condição de ativo ou inativo e o fator de desconto financeiro, assim obtém-se o valor abaixo.

**$VACF_{px,ac}(c) = \text{R\$ } 28.979.888,59$  (vinte e oito milhões, novecentos e setenta e nove mil, oitocentos e oitenta e oito reais e cinquenta e nove centavos).**

As contribuições totais, ou seja, a responsabilidade dos participantes do plano, somam **R\$ 59.978.623,10 (cinquenta e nove milhões, novecentos e setenta e oito mil, seiscentos e vinte e três reais e dez centavos)**. Enquanto todos os participantes estiverem vivos.

#### 4.3 Valor atual do benefício futuro (Concedidos)

Também utilizando o sistema computacional Matlab, e com os salários dos participantes definidos a partir da base já apresentada, bem como suas correções anuais já calculadas, chega-se também ao “B” que corresponde ao último salário recebido pelo participante do plano. Também aleatoriamente são gerados valores entre 0 e 1 que comparados aos valores da tábua de mortalidade respondem se o participante está vivo ou morto.

Agora é necessária a verificação da condição do grupo familiar do participante. Foi estabelecido que a esposa, caso o participante seja casado, tem direito em caso de morte do titular, a 60% do valor do benefício total, caso ela esteja viva. Para obter essa resposta, foi necessário gerar aleatoriamente um número entre 0 e 1 para comparar com a probabilidade de morte da tábua de mortalidade da esposa do participante em cada idade. Para os filhos, cada um deles tem direito a 10% do valor do benefício total, limitado a 4 filhos, para isso o filho precisa ser menor de 20 anos e estar vivo, para cumprir essa condição foi gerado um valor aleatoriamente entre 0 e 1, para comparar com a probabilidade de morte da tábua de mortalidade de cada filho do participante em cada idade e verificar se o filho está vivo ou morto.

Essa equação também tem duas partes, na primeira faz-se o somatório do produto do salário de aposentadoria “B”, com a resposta se o participante estiver vivo, com o fator de desconto financeiro. Na segunda parte da equação, faz-se o somatório do produto do salário de aposentadoria “B”, com a resposta sobre a condição do grupo familiar, com a condição de morto, com o fator de desconto financeiro.

Os benefícios totais foram calculados em:

**$VABF_{p,c} (c) = R\$ 52.218.127,97$  (cinquenta e dois milhões, duzentos e dezoito mil, cento e vinte e sete reais e noventa e sete centavos).**

A obrigação do plano para com o participante é o benefício. A obrigação do participante do plano é a contribuição. Então, realizando a operação conforme a Equação 3, considerando que o modelo aqui apresentado se propôs a realizar apenas uma iteração para o conjunto de dados utilizados, chegou-se ao seguinte resultado:

$$f_c(x) = 30.998.734,51 + 28.979.888,59 - 52.218.127,97 = 7.760.495,13$$

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com os resultados desta pesquisa, incluindo-se a criação do simulador que pode ser utilizado para fins práticos e/ou didáticos, buscou-se contribuir com o desenvolvimento da área atuarial, em conjunto com profissionais da contabilidade, que precisam encontrar alternativas para realizar tais procedimentos em suas rotinas dentro de uma empresa de previdência, além de apresentá-las em relatórios periódicos e obrigatórios dos planos de previdência como o Demonstrativo de Resultados da Avaliação Atuarial (DRAA). Isso foi possível pelo desenvolvimento, neste trabalho, de um simulador que possibilitou realizar os cálculos para todos os participantes do plano de forma mais eficiente e rápida, possibilitando, a partir de agora, evoluir nos estudos e aproximar ainda mais a prática da teoria.

O Gestor de um plano de previdência, teoricamente, incorre em mais riscos do que um gestor de um fundo de investimentos, pois, o fator probabilidade de vida que se faz presente nos cálculos que atualizam o fluxo de caixa nos planos de previdência impõem um desafio ainda maior para alcançar os objetivos contratados pelo participante junto ao plano.

De acordo com a teoria aqui estudada, a avaliação da situação de um plano de previdência precisa ser feita da forma mais detalhada possível para que as decisões sejam tomadas com o embasamento necessário e assim poder ser garantido o equilíbrio do plano,

pois podem demonstrar resultados deficitários que demandarão do gestor um maior trabalho para chegar ao equilíbrio necessário nas contas do plano.

O resultado nominal obtido quando confrontadas as receitas (contribuições) com as despesas (benefícios) de R\$ 7.760.495,13, garante que o plano inicia com superávit e que as premissas podem ser revistas com mais brevidade, já nos primeiros anos, e assim adequar as receitas as despesas. Esse mesmo valor é a reserva matemática que será formada já no primeiro ano do plano.

O resultado garante tranquilidade ao gestor para alocar os ativos de forma mais conservadora e eficiente de tal maneira que possam garantir a liquidez necessária, bem como a solvência do plano ao longo do tempo. Pode-se, inclusive, reduzir as contribuições dos participantes. Para isso, é necessário um novo cálculo considerando a contribuição adequada para manter o plano em equilíbrio.

A utilização de outros decrementos através de tábuas de múltiplos decrementos poderia dar ainda mais eficiência e precisão no resultado obtido, pois passaria a considerar outros riscos pertinentes a avaliação de um plano de previdência, como a invalidez do participante o que faria com que ele passasse da condição de contribuinte para a de beneficiário, ou a exoneração do participante, quando ele sairia definitivamente do plano e deixaria de contribuir, entre outros decrementos possíveis.

O simulador aqui desenvolvido pode ser utilizado na prática por entidades previdenciárias reais, para qualquer base de dados, de qualquer tamanho, além de poder também ser utilizado por consultorias atuariais que prestam serviços para Regimes Próprios de Previdência Social RPPSs, pois nas avaliações atuariais são necessárias as apresentações desse fluxo de caixa e da reserva matemática. Esse simulador ainda não apresenta o fluxo ano a ano, porém está em desenvolvimento para a evolução desse trabalho.

Em trabalhos futuros que poderão evoluir deste, será possível realizar cálculos para qualquer configuração de premissas do plano, e um fator importante que poderá ser realizado é a comparação do resultado utilizando diversas tábuas atuariais, bem como percentuais do salário para contribuição, o custo normal, ou até a definição de uma idade de aposentadoria que contribua para o constante equilíbrio do plano, tudo isso proporcionará ao gestor melhores condições de gestão.

## REFERÊNCIAS

Resolução MPS/CGPC N° 16. (22 de novembro de 2005). Brasília, DF, Brasil.

ABRAPP, A. B., ICSS, I. C., & SINDAPP, S. N. (2003). *Como Criar um Fundo de Pensão a partir do Vínculo Associativo*. São Paulo.

Bhering, J. W. (2005). *Simulação Estocástica em Plano de Contribuição Definida*. Rio de Janeiro: UFRJ/IM.

Brasil. (28 de dezembro de 2007). Lei 11.638. *Altera e revoga dispositivos da lei 6.404 de 15 de dezembro de 1976, e da Lei 6.385 de 07 de dezembro de 1976, e estende às sociedades de grande porte disposições relativas à elaboração e divulgação de demonstrações financeiras*. Brasília, DF, Brasil.

Brasil. (Dezembro de 2015). *Transparência Brasil*. Fonte: Transparência Brasil: <http://www.portaltransparencia.gov.br>

- Chan, B. L., Da Silva, F. L., & Martins, G. d. (2010). *Fundamentos da Previdência Complementar: Da Atuária à Contabilidade*. São Paulo: Atlas S.A.
- Cordeiro Filho, A. (2009). *Cálculo Atuarial Aplicado - Teoria e Aplicações, Exercícios Resolvidos e Propostos*. São Paulo: Atlas S.A.
- CPC, C. d. (Junho de 2008). CPC-03: Demonstração dos Fluxos de Caixa. Brasília, DF, Brasil.
- Da Motta, L. F., & Da Rocha, C. B. (2002). Passivo Atuarial Estocástico de Fundos de Pensão: Uma Ferramenta Necessária ao Equilíbrio de Longo Prazo entre Ativos/Investimentos e Passivos. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Dias, C. R., & Santos, J. d. (2009). Mensuração de Passivo Atuarial de Fundos de Pensão: Uma Visão Estocástica. Recife, PE, Brasil.
- Frezatti, F. (2014). *Gestão do Fluxo de Caixa*. São Paulo: Atlas.
- Lucas Filho, O. (2011). *Seguros - Fundamentos, Formação de Preços, Provisões e Funções Biométricas*. São Paulo: Atlas.
- Regime Próprio*. (Dezembro de 2015). Fonte: Regime Próprio:  
[http://www.regimeproprio.com.br/draa\\_2015.htm](http://www.regimeproprio.com.br/draa_2015.htm)
- Rodrigues, J. A. (2008). *Gestão de Risco Atuarial*. São Paulo: Saraiva.
- Torres, F. J., Dos Santos, J. F., Almeida, M. A., & Silva, E. d. (2010). Gestão de Riscos e Desempenho Financeiro nos Fundos de Pensão Fachesf e Celpos. Recife, PE, Brasil.