

Estimação da probabilidade de ruína em processos de risco com a adoção de contratos de resseguro

JORGE WILSON EUPHASIO JUNIOR Universidade de São Paulo

JOÃO VINÍCIUS DE FRANÇA CARVALHO Universidade de São Paulo

Resumo

Seguradoras são imprescindíveis à sociedade, uma vez que proporcionam proteção financeira aos indivíduos quando da ocorrência de perdas patrimoniais, além de fomentarem o mercado de capitais por meio da alocação de ativos garantidores. Assim, é de suma importância avaliar os instrumentos que garantem a solvência financeira de longo prazo dessas entidades. Dentre esses mecanismos, estão a adoção de tratados de resseguro e a modelagem atuarial dos processos de risco, via teoria do risco coletivo, que se mostram úteis ao permitirem a mensuração da probabilidade de a firma entrar em ruína. O objetivo deste trabalho é a estimação da probabilidade de ruína em processos de risco com a adoção de contratos de resseguro, comparativamente a cenários sem tais tratados. Na literatura nacional, são escassos os trabalhos que propuseram aplicações diretas a microdados, incorporando, ainda, estruturas de resseguro e entendendo seus efeitos nas estimativas de falência. Para isto, foram realizadas simulações não-paramétricas, via método de Monte Carlo, do processo de Cramér-Lundberg, com o ajuste de diversas distribuições probabilísticas à severidade do Processo de Poisson Composto, a partir de um conjunto de microdados históricos reais, de diferentes ramos. Como resultado, pôde-se verificar que, ainda que cada ramo apresente particularidades que regem a severidade do sinistro, a implementação de resseguro por parte da seguradora, tanto por meio de tratados proporcionais como não-proporcionais (desde que calibrada a prioridade), implica na redução da probabilidade de ruína para uma mesma escolha de capital de solvência. Mais ainda: que a escolha adequada do contrato de resseguro, especialmente quando há evidências de elevada curtose nos valores de sinistros, intensifica o decaimento exponencial da relação entre o capital de solvência e a probabilidade de ruína.

Palavras-chave: processos de risco, resseguro, capital de solvência, probabilidades de ruína.

XIX USP International Conference in Accounting

1. Introdução

O segmento de seguros torna-se cada vez mais importante na economia brasileira, haja vista a participação no PIB, que passou do patamar de 2,59% em 2003 para 3,82% em 2016 (R\$ 239.395,6 milhões, aproximadamente), segundo relatório oficialⁱ da Superintendência de Seguros Privados (SUSEP). Outra informação apresentada neste mesmo documento refere-se à concentração do mercado, que, sob a ótica do volume total de prêmios diretos (ou seja, excluindo as parcelas destinadas aos resseguradores locais, admitidos e eventuais), as 10 maiores seguradoras possuíam juntas em 2016 uma participação de mercado em torno de 70%. Quando consideradas todas as seguradoras, o relatório informa que, entre 2003 e 2016, as receitas anuais cresceram nominais 437,18% (taxa real anual média de 16,60%) e as provisões técnicas 1.109,59% (taxa real anual média de 35,73%). O PIB, no mesmo período, cresceu nominais 264,79% (taxa real anual média de 4,14%), o que evidencia claro desenvolvimento do mercado securitário, superior ao crescimento percentual da própria economia brasileira.

O contrato de seguro prevê restituição financeira oriunda de eventos adversos que, em caso de materialização, possam acarretar perdas patrimoniais para uma sociedade com interesses legítimos e comuns. Assim, a partir do momento em que se verifica falências de entidades securitárias, indivíduos segurados e beneficiários indicados não receberão as indenizações esperadas em caso de sinistros, gerando uma externalidade negativa que vai além das consequências inerentes ao funcionamento das companhias. Ademais, seguradoras e entidades previdenciárias são por natureza investidores institucionais de grande porte, tendo em vista o volume total de ativos garantidores das provisões técnicas por elas transacionados no mercado financeiro, podendo-se criar um efeito sistêmico relevante em caso de insolvência.

Neste contexto, o cálculo da probabilidade de ruína torna-se imprescindível, uma vez que ela fornece uma medida do tamanho da exposição de insuficiência de prêmios, bem como da possibilidade de se incorrer em falência em cenários futuros. A estimação da probabilidade, além de guardar estreita relação com o conceito de *Value at Risk*, tradicional na literatura de Finanças, é fundamental também para o dimensionamento dos montantes requeridos no momento presente para manter um certo nível de solvência futura. Para este caso, o acordo *Solvency* IIⁱⁱ, análogo ao *Basiléia* IIIⁱⁱⁱ para os bancos, estabelece a obrigatoriedade de constituição de um capital adicional baseado em risco (CABR, ou capital de solvência, CS), para além de um capital mínimo requerido (CMR). Estas reservas visam proporcionar às seguradoras capacidade de cumprir os compromissos assumidos quando da ocorrência de um choque operacional adverso grave, ou seja, estabelecendo uma probabilidade de insuficiência de capital frente às obrigações de apenas 0,5% iv, o que garantiria que a ruína não viesse a ocorrer em mais do que uma vez a cada 200 anos, em média.

De modo a garantir convergência aos ditames do acordo *Solvency* II, a SUSEP por meio da Resolução CNSP nº 321 de 2015 dispõe sobre a indispensabilidade de constituição do CMR, assim como capitais adicionais baseados em risco de *subscrição* (para cada ramo que a entidade atue), *crédito*, *operacional* e *mercado*, sendo alocados como patrimônio líquido da entidade, na forma de reservas de capital para contingências futuras. Esta medida visa assegurar que as seguradoras possuam recursos suficientes para cobrirem eventuais desvios adversos na operação de seguros, ainda que os prêmios sejam insuficientes. Portanto, o dimensionamento correto das reservas de capital deriva de uma estimação consistente da probabilidade de uma companhia seguradora ir à falência.

XIX USP International Conference in Accounting

Para além da constituição de capital de solvência, o resseguro é outro instrumento que a seguradora dispõe para reduzir a volatilidade de suas operações, tendo como consequência de sua adoção mudanças nos montantes das reservas. Especificamente no que tange à atenuação da variabilidade dos montantes de indenização, o resseguro atua como principal ferramenta na redução de medidas gerenciais de risco, incluindo diminuição da probabilidade de ruína. Tecnicamente, a escolha adequada do tratado de resseguro implica no aumento do coeficiente de ajuste, medida representativa de descasamento entre prêmios e sinistros (Bowers et al., 1997). Logo, a empresa estará menos exposta à ruína quanto mais cuidadosa for a escolha do contrato, uma vez que maior poderá ser este coeficiente.

Este trabalho tem por objetivo principal estimar a probabilidade de ruína de uma entidade seguradora ao incorporar instrumentos de limitação das garantias contratuais, comparando a cenários sem tais limitadores. Como objetivo secundário e derivado diretamente do primeiro, dimensionar o Capital de Solvência associado a riscos de subscrição. Define-se probabilidade de ruína como a frequência esperada de vezes em que a seguradora teria decretado falência em cenários futuros, dada as premissas adotadas. Por falência (ou ruína), considera-se o estado que decorre de uma reserva de capital ser integralmente consumida após efetuadas as operações gerenciais de receitas e despesas.

Os dados utilizados são reais e fornecidos por uma seguradora, de modo que os valores foram transformados para a manutenção de seu sigilo, com o propósito único de se avaliar numericamente os resultados obtidos. A partir dessas informações, serão simulados processos de risco, dos quais serão calculadas as respectivas probabilidades de ruína. Isto posto, far-se-á uma comparação sem e com a presença de resseguro, em que serão considerados os contratos proporcionais e de excesso de danos, visando mensurar não somente os impactos da adoção desta ferramenta na probabilidade de ruína, mas também os efeitos da escolha por diferentes tipos de contratos de resseguro, tendo em vista os distintos perfis que compõem as carteiras.

Este texto está dividido em cinco seções, incluindo esta introdução. A próxima seção traz uma apresentação dos contratos de resseguro, além do marco teórico e da literatura empírica sobre probabilidade de ruína e suas aplicações. A seção 3 apresenta os procedimentos metodológicos executados no artigo. Na sequência (seção 4), reportam-se os resultados para o cenário-base e suas variações, prosseguindo com o encerramento na seção 5, que traz as considerações finais do trabalho.

2. Fundamentação teórica e literatura empírica

2.1. Contratos de resseguro e sua estrutura

Em linha com a definição de Picard e Besson (1983), neste trabalho o tratado de resseguro será considerado como um contrato de seguro acordado pelo segurador (cedente) junto a uma resseguradora, de maneira a transferir a ela o ônus da cobertura financeira de eventos extremos que poderiam causar falência da seguradora, que é responsável direta pela indenização ao segurado. Assim, é por meio da adoção da estratégia de resseguro que a cedente cobre os sinistros de cauda, permitindo a companhia elevar a sua subscrição bruta ao nível de retenção definido pelas normas vigentes. Esse limite de retenção, definido internamente pela seguradora, é uma função do patrimônio líquido contábil disponível e impõe uma restrição à capacidade operacional na subscrição de novos contratos de seguro. Logo, em processos de risco, o tipo de contrato de resseguro adotado impacta diretamente na estimação da probabilidade de ruína, uma vez que a sua estrutura refletirá tanto na expectativa como na variabilidade das indenizações.

XIX USP International Conference in Accounting

Segundo Deelstra e Plantin (2014), os tratados de resseguro podem ser classificados de maneira sistemática conforme suas características principais. Como principal divisão, os autores apontam os chamados resseguros proporcionais vi e não-proporcionais vii . Seja X uma variável aleatória (v.a.) que denote o dano potencial (severidade) associado a uma perda. Assim, um contrato de resseguro h pode ser definido como uma transformação na variável aleatória original da seguinte maneira:

$$\begin{cases} 1) \ h(X) = \alpha X, \ 0 \le \alpha \le 1 \ (proporcional); \\ 2) \ h_d(X) = X \wedge d = min \ \{X; \ d\} \ (n\~ao - proporcional). \end{cases} \tag{2.1}$$

No primeiro caso, α representa a taxa de retenção incidente sobre o montante do sinistro, que pode ser obtida por meio da divisão do prêmio retido pelo prêmio total. Como vantagens, esse tratado apresenta fácil implementação, manipulação e redução de risco moral, uma vez que seguradora e resseguradora possuem congruência de interesses. O segundo, por construção, não satisfaz a mesma taxa de prêmios e sinistros cedidos, ficando uma das partes com uma parcela maior do risco segurado (na maioria dos casos o ressegurador). O ressegurador intervém somente se o montante do sinistro for superior à prioridade (*d*) estabelecida (este valor estipula qual montante indenizável é de responsabilidade exclusiva da seguradora, independentemente do valor em excesso a *d*).

Na prática, este limite é divido em *layers* (prioridades), que consistem em diferentes níveis de retenção (fixados), facilitando a tarifação dos contratos, pois cada resseguradora pode escolher o grau de sua exposição em cada companhia. O prêmio para os *layers* mais altos são maiores, uma vez que estes patamares configuram as caudas das distribuições das companhias seguradoras. Portanto, seu pagamento ocorre somente quando uma prioridade muito alta é cruzada. O desenho operacional dos instrumentos de resseguro permite que as seguradoras obtenham uma redução na volatilidade de suas respectivas carteiras, e, segundo Bowers et al. (1997), uma vez que tanto a média como a variância diminuem, é possível concluir que para uma mesma probabilidade de ruína, quando da presença de resseguro, é necessário menos reserva inicial, possibilitando às entidades securitárias alívios de capital.

2.2. Revisão da literatura

A literatura sobre teoria da ruína é extensa e muito relacionada aos desenvolvimentos computacionais, que permitiram avanços nos processos de simulação e métodos numéricos de aproximação. Atualmente, existem diversas maneiras de se estimar a probabilidade de ruína. Gatto e Mosimann (2012), por exemplo, exploraram quatro abordagens em processos de risco com Poisson Composta. Como diferencial, os autores incluíram no modelo clássico uma perturbação de Wiener, independente do sinistro agregado e estritamente positivo, sendo que este termo de difusão considera as incertezas relacionadas aos montantes de sinistros e receitas de prêmios. A primeira aproximação é a do ponto de cela (*saddlepoint*), que coincide com uma aproximação normal após uma mudança exponencial de medida. Recentes aplicações nas ciências atuariais foram feitas, destaca-se Gatto (2010) e Gatto (2012), sendo objeto de estudo dos autores a probabilidade de ruína em processos de risco perturbados.

A segunda maneira é o método dos limites superiores e inferiores, uma extensão do proposto por Dufresne e Gerber (1989) para o modelo clássico de ruína, sendo esta formulação derivada de discretizações das perdas agregadas máximas. A terceira abordagem consiste na transformada rápida de Fourier (TRF), em que os autores apontam que a probabilidade de ruína pode ocorrer por meio de uma oscilação ou um salto, sendo esta aproximada, com auxílio de etapas computacionais, pela inversa da TRF. Destacam-se os fatos de não restrição a montantes de sinistros individuais de cauda leve e necessidade de existência apenas da média.



Por fim, a aproximação via Monte Carlo, um método de simulação estocástica que fornece uma abordagem diferente para o cômputo da probabilidade de ruína. Mikosch e Samorodnitsky (2000) utilizaram Monte Carlo no estudo da probabilidade de ruína com sinistros modelados por um processo estacionário ergódico estável. Paulsen e Rasmussen (2003) também fizeram uso desta aproximação, considerando que o processo de risco é semimartingale com prêmios e sinistros definidos como variáveis totalmente contínuas. Os autores ressaltam a importância da amostragem para redução do erro relativo, além de apresentarem outro método de simulação baseado em um processo duplo, que generaliza o proposto por Dufresne e Gerber (1989).

Com a evolução do desenvolvimento teórico sobre análise de falências e o avanço das técnicas computacionais, foi possível incorporar nas análises de ruína instrumentos de transferência de risco. Albrecher e Haas (2011) estudaram o comportamento da probabilidade de ruína de uma seguradora que possuía um contrato de resseguro do tipo excesso de danos (ED), com prêmios de reintegração viii. Para isto, os autores desenvolveram e implementaram um algoritmo recursivo para aproximação numérica, considerando que a severidade dos sinistros segue uma distribuição exponencial. Logo nas primeiras análises, ao variarem as reintegrações e o prêmio cedido (como um percentual do prêmio total), constataram que um aumento no número de reintegrações não necessariamente implica em redução proporcional da probabilidade de ruína. Este fato é explicado por meio da relação entre redução do risco (devido à expansão da cobertura de resseguro) e simultâneo aumento do custo do prêmio de resseguro.

Quando fixado o percentual de prêmio cedido, carregamento de segurança e número de reintegrações, os autores identificaram que há uma redução da probabilidade de ruína quanto maior for a reserva inicial, cuja relação dá-se por um decaimento exponencial. Além disto, quando comparado ao cenário base (sem qualquer tipo de transferência de risco), a inserção de um tratado de resseguro do tipo ED diminui a probabilidade de ir à falência para um mesmo capital inicial, se os carregamentos de segurança da cedente e resseguradora forem semelhantes.

Charpentier (2010) buscou entender a relação entre resseguro, ruína e solvência, atentando-se para algumas armadilhas que, por falta de uma análise técnica detalhada, podem acarretar aumento da quantidade estimada de falências, resultado contrário ao esperado tendo em vista a implementação de um mecanismo de transferência de risco. Sua primeira constatação foi a de que tratados de resseguro do tipo *quota-parte* não podem aumentar a probabilidade de ruína de uma seguradora. Por meio de um exercício numérico, concluíram que o resseguro proporcional, entretanto, pode não ser o mais eficiente na redução da probabilidade de ruína quando os sinistros possuem caudas pesadas, pelo fato de que uma parcela destes sinistros inevitavelmente irá recair sobre os resultados das entidades securitárias.

Para os não-proporcionais, a primeira observação é a de que este tipo de tratado se torna desfavorável quando ocorrem grandes quantidades de sinistros com baixas severidades, portanto, não ultrapassando a prioridade contratual. Neste cenário, é possível que a ruína venha a acontecer mesmo com a presença de resseguro, ruína esta que não aconteceria sem a presença do resseguro. Considerando um processo de Poisson não-homogêneo com dependência entre severidade e frequência de sinistros, Charpentier (2010) exemplifica que mudanças sutis no valor do dedutível podem acarretar em grandes riscos para a solvência da companhia, uma vez que o prêmio líquido decresce mais do que as indenizações líquidas, o que aumenta a probabilidade de ruína. Para um processo de Poisson heterogêneo com dependência entre severidade e frequência de sinistros, a mesma conclusão não intuitiva é obtida, ou seja, caso em que a adoção de resseguro leva a um portfólio mais arriscado.

XIX USP International Conference in Accounting

A literatura continua desenvolvendo novas abordagens de aproximação, com foco em modelos mais representativos dos processos de risco do que aqueles baseados em distribuição Poisson Composta. Eryilmaz e Gebizlioglu (2017) supuseram que o processo de sinistro seguia uma Binomial Markoviana. Esta suposição é embasada no argumento de que a hipótese de independência entre as ocorrências de sinistros pode não ser realista para certos portfólios, de forma que os autores seguiram o estudo desenvolvido por Cossette et al. (2003), que considera uma matriz de probabilidade de transição, assumindo, portanto, um tipo de dependência Markoviana entre as ocorrências de sinistros.

Adicionalmente, presumiram permutabilidade, conceito importante para modelos de probabilidade quando se estimam distribuições conjuntas para ordenações dos elementos de uma amostra. Assim, os autores chegaram à conclusão de que alternativas como o aumento da reserva inicial/capital de risco ou dos prêmios cobrados são estratégias que reduzem a diferença entre as probabilidades de não-ruína em tempo finito para os cenários de dependência permutável entre as ocorrências de sinistros vis-à-vis o caso em que se considera sinistros independentes e identicamente distribuídos. Albrecher e Kantor (2002) também consideraram uma estrutura Markoviana para a dependência da ocorrência dos sinistros, sendo representada por meio de uma função cópula para a distribuição conjunta dos sinistros.

Na literatura brasileira, também houve um esforço para refinar a estrutura de dependência entre eventos. Melo (2008) propõe uma aplicação do conceito de Cópulas de Lévy para a avaliação de um processo multivariado de ruína, executando diversos experimentos de simulação, com posterior uso de dados reais. Para isto, o autor assumiu como hipótese a existência de uma estrutura de dependência entre os sinistros agregados de diferentes linhas de negócios (*LOB's*^{ix}), com o argumento de que alguns ramos subsidiam outros. Separou-se o processo de ruína de cada ramo de forma que eles fossem compostos por uma parcela oriunda apenas de suas operações contratuais de receitas e despesas (independente dos demais) e uma segunda com a dependência em relação aos outros processos de ruína existentes na companhia.

Para as simulações, considerou-se a cópula de Lévy do tipo Clayton, concluindo que o portfólio se torna mais arriscado quanto maior for a dependência entre as *LOB's*, além de que o uso de distribuições sub-exponenciais para a severidade provê probabilidades de ruína mais conservadoras. Além disso, o autor argumenta que a probabilidade de ruína é subestimada se assumida a hipótese de independência nos dados. Assim, apólices de seguros com múltiplas coberturas (como os compreensivos^x) podem ser as mais sensíveis, devido ao fato de que um evento exógeno pode resultar em sinistros de diferentes coberturas.

É importante ressaltar que a literatura nacional é escassa, especialmente para trabalhos aplicados. Lemos (2008), testando metodologias clássicas por meio de simulação com distribuições de caudas leves e pesadas, e Carvalho (2017), incorporando estrutura de dependência temporal entre as componentes do processo de risco, avançaram em aspectos teóricos da estimação da probabilidade de ruína. Contudo, nenhum deles aborda a possibilidade de incorporação de alguma estrutura de resseguro e seus efeitos nas estimativas para a probabilidade de ruína, e essa é a lacuna que se pretende preencher. Além disso, o presente trabalho utiliza microdados para obter estimativas precisas, constituindo mais uma contribuição efetiva para a literatura nacional sobre o tema.

3. Procedimentos Metodológicos

3.1. O processo de Cramér-Lundberg

Para o cálculo da probabilidade de ruína será desenvolvido o processo de risco de Cramér-Lundberg, que pode ser entendido como um modelo estocástico que mede as

XIX USP International Conference in Accounting

variações do patrimônio líquido de uma companhia seguradora ao longo do tempo. A estrutura básica deste processo é definida por:

$$U_t = U_{t-1} + P_t - S_t \,, \tag{3.1}$$

para todo $t \ge 0$ e de tal forma que U_0 seja o capital inicial (ou reservas livres, não negativo) da entidade securitária, P_t os prêmios agregados arrecadados no instante t, assumindo que são recebidos a cada instante t a uma taxa constante $c = (1 + \theta)\mathbb{E}[S_{Ag}]) > 0$ no intervalo de tempo (0, t], $\theta \ge 0$, denotando o carregamento de segurança e S_t o sinistro agregado (S_{Ag}) no instante de tempo t definido como uma soma aleatória de variáveis aleatórias:

$$S_{Ag} = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{N(t)}$$
(3.2)

em que N(t) representa a quantidade de sinistros ocorridos em t e X_i , $\forall i = 1, ..., n$, variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas não negativas, com $\mathbb{P}[X_i > 0] = p$, independentes de N(t) = n, $\forall n \in \mathbb{R}_+$, representando a severidade individual de cada sinistro. Logo, o S_{Ag} é obtido por meio de uma convolução de duas variáveis aleatórias: frequência e severidade das indenizações. A seguir, é apresentada a definição fundamental para o trabalho.

Definição 1 (Probabilidade de ruína). Diz-se que um processo de risco entrou em ruína se o processo de risco definido pela Equação (3.1) atingiu o valor 0 ou inferior. A probabilidade de ruína é uma medida deste evento, um valor tal que:

$$\psi(U_0) = \mathbb{P}[U_t \le 0 \mid U_0]. \tag{3.3}$$

A partir do desenvolvimento temporal, define-se o tempo até ruína como:

$$T = \begin{cases} \inf \ \{t \geq 0 : U_t \leq 0\}, & \text{se este infimo existir,} \\ \infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Ou seja, trata-se do primeiro instante de tempo em que a seguradora é decretada falida. A probabilidade de ruína também pode ser expressa por $\psi(U_0) = \mathbb{P}[T < \infty \mid U_0]$. Para que a ruína não seja igual a 1 (certa), em geral, assume-se que o prêmio arrecadado em um período seja necessariamente superior ao valor esperado do sinistro agregado (justificando que $\theta \ge 0$ e que o prêmio puro seja igual a $(1+\theta)\mathbb{E}[S_{Ag}]$). Isto posto, pode-se interpretar algumas contas contábeis de uma perspectiva estatístico-atuarial. Assim, entre os requerimentos de capital que compõem o balanço de uma seguradora, tem-se as Provisões Técnicas, obtidas por meio da esperança do sinistro agregado. Uma vez que estas Provisões Técnicas são carregadas pelo θ supracitado, temos a Margem de Prudência das Provisões Técnicas. Ainda na escala do total do passivo, adicionalmente à Margem de Prudência, o Capital de Solvência (U_0) compõe o Patrimônio Líquido da entidade.

O fato de não se conhecer a verdadeira distribuição do sinistro agregado implica no desconhecimento da probabilidade de cauda (representada pelo funcional ψ), cenário em que até mesmo o Capital de Solvência seria integralmente consumido, levando a companhia seguradora à falência. Logo, todas as contas citadas no parágrafo anterior são variáveis aleatórias que possuem média e variância, o que configura a natureza aleatória e estocástica do Balanço Patrimonial de uma companhia seguradora. Portanto, caso o funcional esteja dimensionado incorretamente, o Balanço Patrimonial pode não refletir adequadamente as informações mais fidedignas a respeito de sua situação financeira, e, por consequência, o valor financeiro efetivamente em risco a que a entidade está exposta.

3.2. Procedimento de simulação

Esta seção é dedicada a detalhar os procedimentos adotados para as simulações do

XIX USP International Conference in Accounting

processo, de modo a obter estimativas das probabilidades de ruína^{xi}. Para isso, a primeira etapa consistirá na segregação da base de dados disponível, segundo a codificação dos ramos SUSEP que cada apólice está enquadrada. Esta separação é necessária porque cada ramo possui uma dinâmica própria de ocorrência de sinistros, o que implica a adoção de diferentes distribuições probabilísticas, tanto na frequência como na severidade, para cada ramo^{xii}.

Na segunda etapa serão estimadas as distribuições da severidade de cada ramo, com o objetivo de se 1) computar as convoluções de cada ramo pela Equação 3.2, e; 2) dimensionar os prêmios correspondentes de cada ramo. Assim, será possível avaliar a dinâmica da quantidade total de segurados no portfólio de cada ramo, além da quantidade histórica de apólices que incorrem em sinistros. Enquanto a primeira quantidade formará o volume de prêmios pagos à seguradora, a segunda frequência representa o N(t) da Equação 3.2.

Uma vez realizadas essas duas etapas, será utilizado o Método de Monte Carlo (MMC) para o desenvolvimento das simulações do processo dado pela Equação 3.1, de maneira que as mesmas sejam obtidas. Segundo Coulibaly e Lefèvre (2008), o MMC é comumente utilizado para simular problemas que podem ser representados por processos estocásticos. A implementação deste método não assegura a obtenção da solução exata do problema, entretanto, com o aumento das iterações é possível alcançar estimativas precisas do verdadeiro valor à medida que um número suficientemente grande de reamostragens é processado.

Dentre as técnicas de reamostragem mais avançadas, é valido destacar o método Bootstrap, que segundo Filho (2010) tem como propósito reduzir erros e prover desvios padrão mais confiáveis. Tendo-se uma amostragem (B_i) de tamanho n, retira-se desta uma nova amostra (B_j) de tamanho n com reposição, sendo cada entrada y_k^* de B_j uma escolha aleatória de B_i . Repete-se isto para $j=1,2,\ldots,m$, de forma que a distribuição de $\hat{\theta}_j$ é a distribuição Bootstrap do estimador θ . Portanto, os métodos MMC e Bootstrap diferenciam-se pelo fato de que no MMC há a criação repetida de dados aleatórios a partir de uma distribuição ajustada, enquanto no Bootstrapping o processo tem como cerne a reamostragem dos dados observados.

Será considerado como cenário base as operações contratuais de receitas e despesas da seguradora sem incorporar instrumentos de limitação das garantias contratuais (franquias dedutíveis e resseguro). Assim, a técnica consistirá em repetir as simulações, para cada ramo, 100 mil vezes, de modo a reproduzir por meio destas as trajetórias futuras da realização do processo de risco definido pela Equação 3.1. Pela Lei dos Grandes Números, se o número de iterações for suficientemente grande é possível garantir convergência entre as estatísticas simuladas e os respectivos valores reais da população. Uma vez efetuado este procedimento, o estimador da probabilidade de ruína ($\hat{\psi}$) será definido por:

$$\hat{\psi}_s(U_0) = \frac{\#(U_t < 0 : para \ algum \ t > 0)}{r}$$
(3.4)

em que s é o ramo SUSEP considerado e r a quantidade de replicações/simulações do processo. Adicionalmente, tanto para as análises destinadas ao cenário base como para os modificados (descritos no parágrafo seguinte) serão feitas variações sobre U_0 , com o intuito de se dimensionar o capital de solvência de cada ramo.

Dispondo dos resultados do cenário base, o passo seguinte será incorporar nas distribuições probabilísticas dos sinistros os instrumentos de resseguro definidos pela Equação 2.1, inclusive variando o tamanho da prioridade (d) e da quota-parte (α) . Estas modificações possibilitarão observar os efeitos que os mecanismos de transferência de riscos promovem na solvência das entidades securitárias, atentando-se para a variabilidade dos

XIX USP International Conference in Accounting

montantes de indenização, estabilidade de resultado e relação de decaimento exponencial entre capital inicial e probabilidade de ruína.

4. Resultados e discussões

4.1. A base de dados e o ajuste das distribuições de sinistros

A base de dados utilizada neste estudo contém 3.917.863 apólices, segregadas em 30 ramos SUSEP, sendo todas de início de vigência entre 01/01/2015 e 01/05/2018, o que compreende um período de três anos de emissões, assim como de frequência de sinistros. As informações de prêmio, Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL), indenizações pagas e recuperações de resseguro (em reserva e já recebidas dos resseguradores) foram anualizadas visando ajustar a exposição destas apólices. Ou seja, dada uma apólice de 3 anos de vigência, o prêmio pago pelo segurado foi divido por três, de forma a termos a parcela do prêmio correspondente a um ano de cobertura, sendo este racional também aplicado a parcela do sinistro. Portanto, caso esta apólice tenha sinistrado, o valor dispendido pela seguradora também foi divido por três, desta forma a comparação entre receitas e despesas, por apólice, torna-se possível, uma vez que ambas as informações estão na mesma base temporal.

Para o cálculo da severidade individual, somou-se o montante de PSL com os pagamentos realizados até a data-base de extração dos dados, pois é de interesse do estudo o custo total efetivo relacionado a cada apólice. Assim, para os sinistros cuja regulação já tenha sido encerrada, o custo total é igual ao montante de pagamento anualizado, enquanto para os casos pendentes (em aberto) o custo total consiste na soma da provisão (melhor estimativa do desembolso futuro) com o montante de pagamento anualizado até a data-base. Todas as informações constam na Tabela 1, a seguir.

Tabela 1: Estatísticas descritivas da base de dados.

Ramo SUSEP	Descrição do Ramo	Qtde. de Apólices	Prêmio Médio	Qtde. de Sin.	Sev. Média	Sev. Máx.	Sev. Mín.
0114	Compr. Residencial	104.912	443	3.665	3.170	133.009	50
0115	Roubo	24.579	1.438	1.724	14.144	5.528.754	50
0116	Compr. Condomínio	133.069	2.200	15.497	7.774	3.416.440	22
0118	Compr. Empresarial	159.848	1.900	9.368	13.423	6.639.786	40
0141	Lucros Cessantes	3.007	40.693	149	55.914	1.464.188	50
0167	Engenharia	1.661	20.824	129	100.087	2.910.709	200
0171	Riscos Diversos	27.554	7.481	1.522	69.905	3.372.572	120
0196	RN e RO	1.404	298.618	226	1.985.611	211.148.985	160
0310	D&O	889	21.462	32	145.214	725.332	5.090
0351	R. C. Geral	14.610	14.864	1.123	76.978	9.132.978	50
0378	R. C. Profissional	2.431	21.506	195	82.091	3.002.375	303
0520	APP	127.018	2.286	15.445	31.725	578.717	70
0531	Automóvel - Casco	2.716.996	2.056	209.931	10.535	1.373.636	21
0542	Assistência	1.101	7.461	113	23.195	172.602	165
0553	RCFV	12.698	8.213	1.989	19.437	1.313.308	70
0622	Transporte Inter.	1.374	2.558	28	10.265	90.062	22
0776	Garantia - Priv.	750	19.484	18	54.233	180.500	100
0929	Seguro Funeral	172	2.655	24	14.408	190.966	359
0982	AP - Coletivo	1.078	10.496	69	42.926	346.454	80
0993	Vida - Coletivo	3.273	9.384	279	64.837	1.294.180	50
1061	Habit Prestamista	41	816.594	19	380.745	1.858.775	12.753
1065	Habit Demais	30	266.117	12	40.799	171.917	743
1107	Florestas sem FESR	724	46.663	37	368.361	3.144.258	1.903
1108	Florestas com FESR	56	16.906	11	309.346	603.246	54.737
1130	Benf. e Prod. Agro.	33.046	3.081	2.052	31.989	1.275.627	50



Ramo SUSEP	Descrição do Ramo	Qtde. de Apólices	Prêmio Médio	Qtde. de Sin.	Sev. Média	Sev. Máx.	Sev. Mín.
1162	Penhor Rural	60.333	1.255	1.310	30.467	1.693.228	119
1369	Viagem	440.742	223	8.578	4.352	590.423	27
1381	AP - Ind.	5.650	426	80	20.321	239.264	100
1391	Vida - Pessoas Ind.	30.252	715	85	143.205	2.053.441	100
1433	Marítimos (Casco)	8.565	5.300	252	122.024	3.782.900	865

Fonte: elaborado pelos autores.

Após realizada a análise da dinâmica de cada ramo quanto a arrecadação de prêmios, frequência de sinistros, valores médios e desvio padrão, respectivamente, o passo seguinte consistiu no ajuste das distribuições probabilísticas de sinistros. Para isto, por ramo SUSEP, ajustou-se^{xiii} a distribuição mais aderente as características de determinado ramo, bem como os parâmetros associados, uma vez que diferentes ramos podem possuir a mesma distribuição, entretanto, com parâmetros diferentes.

As funções testadas foram: Exponencial, Gama, Normal, Log Normal, Weibull, Weibull Inversa e Pareto, sendo os parâmetros estimados por meio dos métodos de máxima verossimilhança e momentos. O indicador escolhido para a seleção do melhor modelo foi o Critério de Informação Bayesiano^{xiv} (BIC - *Bayesian Information Criterion*), de forma que menores valores de BIC são preferíveis aos demais^{xv}.

Tabela 2: *Distribuições mais aderentes e seus respectivos parâmetros.*

Ramo SUSEP	Distribuição Escolhida	Parâmetro 1	Parâmetro 2
0114	Pareto	3,923732	8.971,131000
0115	Log Normal	7,874931	1,633912
0116	Log Normal	7,658535	1,676110
0118	Pareto	1,475869	5.038,577000
0141	Pareto	0,612967	1.210,940000
0141	Log Normal	9,473071	2,041693
0107	Log Normal	9,756488	1,820056
0176	Pareto	0,494173	11.990,450000
		0,494173	
0310 0351	Weibull Inversa	8,719645	14.855,770000
0378	Log Normal		2,194422
	Log Normal	9,437439	1,877550
0520	Weibull	1,163465	33.468,830000
0531	Log Normal	8,576584	1,180336
0542	Pareto	1,823012	22.083,000000
0553	Log Normal	8,847384	1,364390
0622	Log Normal	7,107324	2,287613
0776	Weibull	0,687407	44.799,860000
0929	Log Normal	8,171670	1,481832
0982	Weibull	0,575525	27.042,790000
0993	Weibull	0,531372	35.212,310000
1061	Exponencial	0,000003	-
1065	Exponencial	0,000025	-
1107	Log Normal	11,239290	2,099462
1108	Weibull	1,870992	348.268,600000
1130	Pareto	1,324501	13.649,750000
1162	Log Normal	9,188282	1,510290
1369	Log Normal	7,492330	1,220113
1381	Weibull	0,603155	13.780,910000
1391	Weibull	0,592405	88.280,090000
1433	Log Normal	10,534710	1,490059
	 		ado polos outoros

Fonte: elaborado pelos autores.

XIX USP International Conference in Accounting

A partir da Tabela 2, é possível ver que há recorrência da Log Normal, fato este justificado devido ao próprio formato da distribuição. Ainda, para os ramos que usualmente possuem densidade mais elevada para sinistros com severidades maiores, a distribuição de Pareto se destacou. Vale ressaltar que durante a elaboração do trabalho, as distribuições Log-Logística e T-Student também foram testadas, sendo elas escolhidas como melhores distribuições para alguns ramos. Todavia, por mais que elas pudessem capturar sinistros de cauda (*outliers*), tal fato refletia significativamente na geração de sinistros de alta severidade, descolando, por consequência, tanto a média como o montante do sinistro agregado gerado nas simulações. Assim, a escolha final das distribuições levou em conta não somente um indicador puramente estatístico, mas também um *backtest* qualitativo da capacidade de geração de observações fidedignas dos sinistros reais.

Uma vez escolhido o melhor modelo por ramo SUSEP, o próximo passo consistiu na geração de 10 mil possíveis cenários de sinistro agregado. Para isto, a frequência foi modelada por meio de uma distribuição Poisson com parâmetro um sobre a média observada de sinistros na base de dados, bem como a severidade por meio da distribuição escolhida na Tabela 2, com seus respectivos parâmetros por ramo. Vale ressaltar que, visando a robustez do estudo, também modelou-se a frequência por meio de uma Binomial Negativa (Pólya Composto), entretanto, este caso gerou observações de sinistros excessivamente maiores do que os números reais, elevando, por conseguinte, o sinistro agregado e a probabilidade de ruína, por ramo^{xvi}. Assim, optou-se por seguir a literatura, rodando as simulações como um processo Poisson Composto.

Tendo em vista a aleatoriedade na geração do montante dos sinistros, utilizou-se como Limite Máximo de Indenização (LMI) de cada ramo o valor de duas vezes o maior sinistro observado na base de dados, sob o argumento de que a presença de sinistros com valores irreais (uma vez que a seguradora não subscreve riscos desta magnitude) enviesariam a análise final do processo de risco. Portanto, as simulações que excediam este LMI foram excluídas do sinistro agregado.

Uma análise de sensibilidade^{xvii} foi realizada, em que se constatou imaterialidade na quantidade de sinistros excluídos, pois, em média, foram deletados apenas 0,37% dos sinistros gerados nas 10 mil simulações. Esta análise também foi realizada para cenários com cem e mil simulações, que demonstraram um percentual de exclusão, respectivamente, de 0,34% e 0,37%. Destes resultados é possível concluir que a variação positiva no percentual de exclusão, dado o aumento na quantidade de simulações, é decrescente. Ou seja, aumentar o número de simulações não implica em crescimento proporcional do percentual de exclusão, garantindo, assim, a viabilidade de sua aplicação no estudo.

Tabela 3: Comparativo dos resultados das 10 mil simulações geradas.

Ramo SUSEP	Qtde. de Sin. Reais	Sev. Média Real	Sinistro Agregado Real	Qtde. de Sinistros Simulados	Sev. Média Sim.	Desv. Pad. Sev. Média Sim.	Sinistro Agregado Simulado	Desv. Pad. SAg Sim.
0114	3.665	3.170	11.304.497	3.664	3.068	71	11.241.646	321.511
0115	1.724	14.144	23.691.684	1.724	9.993	851	17.224.825	1.526.160
0116	15.497	7.774	115.973.402	15.498	8.623	264	133.631.878	4.226.332
0118	9.368	13.423	123.317.872	9.368	10.226	681	95.801.861	6.465.361
0141	149	55.914	8.051.606	148	36.315	14.726	5.363.731	2.211.263
0167	129	100.087	12.410.834	129	86.632	26.583	11.157.005	3.565.402
0171	1.522	69.905	102.341.011	1.522	83.879	6.994	127.645.585	11.145.762
0196	226	1.985.611	395.136.599	225	2.313.002	1.203.446	519.986.423	272.772.749
0310	32	145.214	3.194.702	31	89.235	34.347	2.756.309	1.152.132



Ramo	Qtde.	Sev.	Sinistro	Qtde. de	Sev.	Desv.	Sinistro	Desv. Pad.
SUSEP	de Sin.	Média	Agregado	Sinistros	Média	Pad. Sev.	Agregado	SAg Sim.
2022	Reais	Real	Real	Simulados	Sim.	Média	Simulado	211 g 21111
						Sim.		
0351	1.123	76.978	78.209.877	1.123	63.111	10.664	70.877.974	12.167.670
0378	195	82.091	9.933.014	195	67.262	16.443	13.121.638	3.346.181
0520	15.445	31.725	480.245.649	15.445	31.743	221	490.292.785	5.248.623
0531	209.931	10.535	2.094.995.096	209.925	10.648	40	2.235.261.496	9.717.617
0542	113	23.195	2.528.304	112	22.246	3.399	2.496.865	450.023
0553	1.989	19.437	36.833.542	1.989	17.618	902	35.046.728	1.960.556
0622	28	10.265	215.570	28	7.765	3.769	214.409	110.012
0776	18	54.233	921.957	18	51.057	15.954	909.918	351.544
0929	24	14.408	345.787	24	10.148	4.641	243.210	118.570
0982	69	42.926	2.833.139	69	41.755	8.682	2.875.300	685.610
0993	279	64.837	17.181.765	279	63.143	7.741	17.609.584	2.379.540
1061	19	380.745	7.234.153	19	380.539	89.980	7.200.097	2.366.969
1065	12	40.799	489.587	12	40.598	12.331	487.979	200.162
1107	37	368.361	12.892.629	36	351.766	130.853	12.756.151	5.126.124
1108	11	309.346	3.402.804	11	308.670	54.199	3.398.395	1.162.105
1130	2.052	31.989	63.753.243	2.050	31.899	2.217	65.388.380	4.746.168
1162	1.310	30.467	38.388.106	1.310	30.331	2.226	39.730.908	3.109.557
1369	8.578	4.352	29.768.255	8.578	3.775	76	32.381.395	729.853
1381	80	20.321	1.442.772	80	20.462	3.946	1.637.020	365.818
1391	85	143.205	11.886.047	85	134.649	26.161	11.431.826	2.521.761
1433	252	122.024	27.577.383	252	111.985	17.288	28.214.144	4.667.516

Fonte: elaborado pelos autores.

Conforme evidenciado na Tabela 3 acima, o procedimento de simulação foi absolutamente capaz de reproduzir o padrão de ocorrências de cada ramo. Praticamente em todos os ramos a frequência, severidade e o S_{Ag} ficaram próximos dos números reais. Para os ramos em que isto não se verificou, tais como 0115, 0141, 0378 ou 0929, a justificativa da subestimação reside no fato de que existem nestes ramos um, dois ou, no máximo, três sinistros que destoam completamente da média, assim, como mais de 98% dos valores estão próximos da média observada, as distribuições escolhidas para as simulações ponderam este fato e não geram *outliers* de tamanha magnitude.

4.2. Cenário Base

Tanto para o cenário base (processo de risco de Cramér-Lundberg sem a incorporação de qualquer instrumento de resseguro) como para os cenários modificados, simulou-se 100 mil trajetórias temporais, de maneira a observar em quantas dessas o U_t da Equação 3.1 tornou-se estritamente menor que zero. Além disso, como a quantidade de apólices e frequência de sinistros referem-se a cerca de 3 anos de operação, as 100 mil trajetórias consideraram 70 períodos de evolução, o que significam 210 anos de desenvolvimento no tempo. Esta quantidade de períodos foi definida tendo em vista o percentual considerado aceitável pelo *Solvency* II, que como mencionado na Seção 1, estima 1 ruína a cada 200 anos (0,5%), em média. Tomaram-se como premissas: (i) carteiras estáveis, em que entradas e saídas estão equilibradas e com mesmo padrão, para todos os ramos; (ii) o percentual de inadimplência é igual a zero, e; (iii) a arrecadação de prêmios é constante em cada período e igual a quantidade de apólices vezes o prêmio médio calculado. O S_{Ag} de cada período foi obtido por meio de uma escolha aleatória do vetor de 10 mil cenários possíveis mencionado na Subseção 4.1.



A Tabela 4, a seguir, traz a probabilidade de ruína estimada no cenário-base (sem resseguro) para cada ramo, em função de diferentes valores do capital de solvência (U_0) , com o objetivo de avaliar a sua sensibilidade a variações de diferentes definições da reserva inicial.

Tabela 4: Probabilidade de Ruína Estimada por ramo SUSEP e Capital de Solvência.

Capital de Solvência(1)

	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
0114	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0115	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0116	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0118	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0141	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0167	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0171	9%	8%	7%	7%	7%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	3%
0196	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
0310	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0351	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0378	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0520	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
0531	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0542	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0553	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0622	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0776	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0929	35%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0982	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0993	7%	5%	3%	2%	1%	1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1061	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1065	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1107	3%	3%	2%	2%	2%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	0%
1108	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
1130	13%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	3%	2%	2%	2%
1162	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1369	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1381	81%	57%	39%	26%	18%	12%	8%	5%	3%	2%	1%	1%	0%
1391	9%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	1%	1%	1%	0%	0%	0%
1433	30%	27%	24%	22%	20%	18%	16%	14%	13%	11%	10%	9%	8%

(1): Os valores de Capital de Solvência expressos nesta Tabela estão formatados na casa dos milhares (R\$ 1.000,00).

Fonte: elaborado pelos autores.

A primeira conclusão que a Tabela 4 proporciona é a de que cada ramo possui uma dinâmica própria. É possível observar que diversos ramos apresentam percentuais de ruína próximos de zero (dentre os quais encontram-se importantes ramos como 0118, 0310, 0531, 0553, 1061, por exemplo) mesmo sem capital de solvência, enquanto outros tem reduções significativas com aumentos da reserva inicial (0171, 0929, 0993, 1130, 1381, entre outros). Já no extremo oposto, alguns relevantes ramos (0196, 0520 e 1108), continuam com 100% de ruína esperada ou próximos deste nível, mesmo com elevados volumes de capital de solvência $-U_0$. Esta ruína (quase) certa tem como justificativa principal o fato de que os sinistros enquadrados nestes ramos possuem elevados patamares de resseguro, evitando, justamente, que estes cenários de insolvências se materializem (o ramo 0196, por exemplo, pela Tabela 1 possui o sinistro com maior severidade da base de dados – cerca de 211 milhões de reais).

Ainda, a ruína (quase) certa do ramo 0520 e o percentual próximo de zero do 0531, podem ser um indício de que há um subsídio cruzado^{xviii} entre os dois ramos, de forma que as

XIX USP International Conference in Accounting

coberturas oferecidas encontram-se juntas no momento de emissão das apólices, o que possibilitaria ao prêmio excedente do 0531 oxigenar o resultado do 0520. Já para o ramo 1108, uma possível explicação para os seus resultados seria a própria lógica de sua construção, uma vez que este ramo contém cobertura do Fundo de Estabilidade do Seguro Rural (FESR)^{xix}, que possui como objetivo manter e garantir o equilíbrio das operações agrícolas no país, bem como atender à cobertura suplementar dos riscos de catástrofe, inerentes à atividade rural.

Assim, as sociedades seguradoras recuperam do FESR, no seguro florestas, a parcela de seus sinistros retidos compreendidos entre 100% e 150% de sinistralidade, assim como os montantes que excedam 250% de sinistralidade. Ou seja, exemplificando para um sinistro, já líquido dos mecanismos de resseguro, caso este, individualmente, ainda ultrapasse 100% de sinistralidade, os valores incorridos pela seguradora que compõem o excesso aos 100% poderão ser recuperados via FESR, limitados a 150%. Entre 150% e 250% de sinistralidade, o ônus da severidade do sinistro volta a ser integralmente da seguradora, porém, após ultrapassar 250%, há novamente o direito de recuperação por meio do FESR.

4.3. Com resseguro proporcional

Para este cenário, promoveu-se a inserção de um tratado de resseguro proporcional do tipo Quota-Parte, transformando a variável aleatória original, vide a Equação 2.1. Assim, simulou-se o processo de risco com dois diferentes percentuais de retenção (a), aplicados diretamente tanto na arrecadação dos prêmios como nos montantes de sinistro agregado. Os percentuais de retenção definidos no estudo foram de 90% e 80%, respectivamente, sendo a escolha por estes patamares baseada estritamente nos dispostos da *Política de Riscos* da seguradora que forneceu os dados, bem como em seu painel de resseguro praticado no exercício de 2018. O procedimento adotado para a escolha dos percentuais visa atribuir autenticidade ao trabalho, uma vez que as cessões assumidas estão em linha com as práticas atuais do regulador.

Tabela 5: Prob. de Ruína Estimada por ramo SUSEP e Capital de Solvência - $\alpha = 90\%$.

1.000 1.500 2.000 2.500 3.000 3.500 4.000 4.500 5.000 5.500 6.000 0 **500** 0114 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0115 0% 0116 0% 0% 0118 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0141 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0167 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0171 8% 8% 7% 6% 6% 5% 5% 5% 4% 4% 3% 3% 3% 0196 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 0310 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0351 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0378 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0520 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 100% 0531 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0542 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0553 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0622 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0776 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0929 35% 0% 0% 0% 1% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0982 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0993 7% 5% 3% 2% 1% 1% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1061** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0%

Capital de Solvência(1)



Capital de Solvência(1)

	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
1065	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1107	3%	3%	2%	2%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	0%	0%
1108	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
1130	14%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	3%	2%	2%	1%
1162	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1369	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1381	81%	55%	35%	23%	14%	9%	5%	3%	2%	1%	1%	0%	0%
1391	10%	8%	5%	4%	3%	2%	1%	1%	1%	0%	0%	0%	0%
1433	29%	26%	23%	21%	18%	16%	14%	13%	11%	10%	8%	7%	6%

(1): Os valores de Capital de Solvência expressos nesta Tabela estão formatados na casa dos milhares (R\$ 1.000,00).

Fonte: elaborado pelos autores.

Tabela 6: Prob. de Ruína Estimada por ramo SUSEP e Capital de Solvência - $\alpha = 80\%$.

Capital de Solvência(1)

	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
0114	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0115	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0116	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0118	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0141	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0167	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0171	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	2%
0196	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
0310	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0351	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0378	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0520	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
0531	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0542	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0553	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0622	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0776	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0929	35%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0982	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
0993	7%	4%	3%	2%	1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1061	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1065	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1107	4%	3%	2%	2%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	0%	0%	0%
1108	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
1130	14%	12%	10%	8%	6%	5%	4%	3%	3%	2%	2%	1%	1%
1162	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1369	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
1381	81%	52%	32%	19%	11%	6%	3%	2%	1%	1%	0%	0%	0%
1391	10%	7%	5%	3%	2%	2%	1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%
1433	29%	26%	23%	20%	17%	15%	13%	11%	10%	8%	7%	6%	5%

(1): Os valores de Capital de Solvência expressos nesta Tabela estão formatados na casa dos milhares (R\$ 1.000,00).

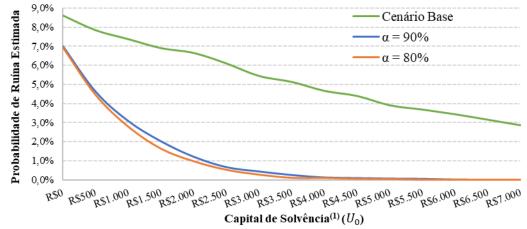
Fonte: elaborado pelos autores.

Como é possível notar pela comparação das Tabelas 4 e 5, a imposição de um tratado de resseguro proporcional do tipo Quota-Parte, devido ao seu próprio desenho operacional, permite a seguradora reduzir a incerteza de seus resultados e, consequentemente, diminuir a probabilidade de ruína para um mesmo nível de reserva inicial. Ainda, quando se confronta o

XIX USP International Conference in Accounting

mecanismo de transferência de riscos com diferentes pesos de retenção, fica evidente que o aumento do α contratual intensifica o decaimento da probabilidade de ruína estimada para zero. Como exemplo, a Figura 1 traz a comparação da sensibilidade do funcional para o Ramo 0171.

Figura 1: Probabilidade de Ruína Estimada – Comparativo dos cenários para o ramo 0171.



(1): Os valores de Capital de Solvência expressos nesta Figura estão formatados na casa dos milhares (R\$ 1,000,00)

Fonte: elaborado pelos autores.

Entretanto, cabe ressaltar que para os ramos apontados como mais desequilibrados na Subseção 4.1 (tais como 0196, 0520, 1108 e 1381), a presença do resseguro proporcional não se mostrou suficiente para tornar o ramo solvente *per se*. Evidência esta que é parcialmente explicada pelo fato de que, independentemente do percentual de retenção definido, ainda assim os sinistros de extrema severidade acarretarão dispêndios elevados à seguradora, uma vez que o ônus da materialização do risco coberto incidirá nas partes envolvidas (seguradora e resseguradora) na proporção do repasse do prêmio. Desta maneira, em praticamente todas as simulações, os prêmios retidos em certo instante de tempo são integralmente consumidos pelos sinistros de cauda, assim como a reserva de solvência inicialmente estabelecida.

4.4. Com resseguro não-proporcional

Para as simulações deste cenário, considerou-se a imposição de um tratado de resseguro não-proporcional do tipo Excesso de Danos (ED), conforme a Equação 2.1. Desta forma, para cada sinistro simulado, por ramo e por simulação (10 mil cenários de sinistro agregado), promoveu-se uma verificação do montante individual de severidade, de forma que se este montante superasse a prioridade estabelecida para o ramo a que estava enquadrado, então o seu valor deixava de ser o originalmente simulado, passando a assumir o valor da prioridade. Ou seja, a severidade individual dos sinistros simulados foi truncada em um limite (prioridade) por ramo, uma vez que este estudo aborda a ruína da perspectiva da seguradora, e o excesso a prioridade, nesta modalidade de resseguro, torna-se de responsabilidade exclusiva da resseguradora (que, por sua vez, pode retroceder o risco conforme suas diretrizes de negócio).

Inicialmente, a escolha da prioridade, por ramo, foi feita tendo em vista o informado na plataforma oficial SES-SUSEP como Limite de Retenção para a supervisionada, posição de agosto de 2018. Todavia, apurou-se que o histórico dos dados de sinistros, em sua maioria, não continha severidades que excediam os Limites de Retenção informados. Assim, assumiram-se os valores da extração como prioridade do contrato de resseguro somente para os ramos cuja suposição fazia-se cabível. Estes ramos estão detalhados na Tabela 7.



Tabela 7: Descritivo da Prioridade considerada via SES-SUSEP.

Ramo SUSEP	Descrição do Ramo	Severidade Máxima Real	Limite de Retenção Informado	Prioridade Considerada para o ED
0196	RN e RO	211.148.985	10.000.000	10.000.000
0351	R. C. Geral	9.132.978	2.000.000	2.000.000
0378	R. C. Profissional	3.002.375	2.000.000	2.000.000
1107	Florestas sem FESR	3.144.258	3.000.000	3.000.000
1391	Vida - Pessoas Individual	2.053.441	1.910.938	1.910.938
1433	Marítimos (Casco)	3.782.900	2.000.000	2.000.000

Fonte: elaborado pelos autores.

Para os demais, elaborou-se uma análise a fim de verificar qual deveria ser a prioridade considerada para o ramo, de modo a transferir à resseguradora aproximadamente a mesma proporção dos ramos cuja escolha do limite deu-se por meio do SES-SUSEP^{xx}. Para o cálculo do prêmio retido, por simplificação, tomou-se como premissa que o custo deste tipo de contrato seria igual ao do tratado de resseguro proporcional. Ou seja, α do total de prêmios arrecadados permaneceria para compor o resultado da seguradora, sendo α igual a 80% (idêntico ao segundo tratado considerado na Subseção 4.3).

Tabela 8: Prob. de Ruína Estimada por ramo SUSEP e Capital de Solvência – ED.

Capital de Solvência(1) 1.000 1.500 2.000 2.500 3.000 3.500 4.000 4.500 5.000 5.500 6.000 0 **500** 0% 0% 0114 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0115 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0116** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0118** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0141** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0167** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0171 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0196** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0310** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0351 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0378** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0520** 43% 36% 25% 20% 16% 8% 30% 13% 10% 6% 5% 4% 3% **0531** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0542 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0553** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0622** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0776** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0929** 12% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0982 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **0993** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 1061 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 1065 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1107** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1108** 76% 40% 20% 9% 4% 2% 1% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1130** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1162** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1369** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1381** 10% 1% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1391** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% **1433** 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0% 0%

(1): Os valores de Capital de Solvência expressos nesta Tabela estão formatados na casa dos milhares (R\$ 1.000,00).

Fonte: elaborado pelos autores.

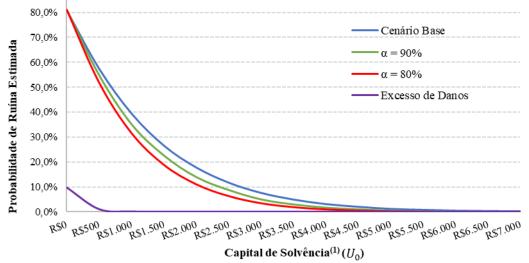
XIX USP International Conference in Accounting

A partir da Tabela 8, é possível observar que o ramo 0196, que antes apresentava percentuais de ruína próximos de 100%, agora, mesmo sem reserva inicial, tem sua probabilidade de ruína estimada perto de zero. Isto decorre do fato de que há em seu histórico real de sinistros apenas uma observação cujo resultado de subscrição desequilibra a carteira. Assim, no momento das simulações, a constituição de um ou mais sinistros de tamanha severidade são suficientes para levar a entidade à falência. Portanto, quando se limita a perda máxima da companhia seguradora no montante da prioridade estabelecida (neste caso igual a R\$ 10 milhões), verifica-se que os prêmios retidos são suficientes para manter a solvência durante o desenvolvimento do processo de risco. Os ramos 0520, 1108, 1381 e 1391 também apresentam reduções expressivas em suas estimativas de ruína, além de demonstrarem extrema sensibilidade frente a variações de diferentes definições da reserva inicial.

Ademais, é importante frisar que a efetividade do tratado de resseguro não-proporcional está diretamente associada a uma escolha correta da prioridade. No caso de uma definição equivocada, de um lado, o prêmio retido será reduzido devido ao repasse à resseguradora de uma parcela do prêmio total, enquanto do outro, os sinistros incorridos não terão recuperações de resseguro, tendo em vista o fato de que suas severidades individuais não alcançam a prioridade contratual. Assim, o objetivo de blindar o resultado da companhia não é alcançado. Pelo contrário: aumenta-se a exposição do ramo a um possível cenário de insolvência, realidade que talvez não se verificasse sem a implementação do resseguro.

A Figura 2 traz, como exemplo de redução da probabilidade, o ramo 1381.

Figura 2: Probabilidade de Ruína Estimada – Comparativo dos cenários para o ramo 1381.



(1): Os valores de Capital de Solvência expressos nesta Figura estão formatados na casa dos milhares (R\$ 1.000,00).

Fonte: elaborado pelos autores.

A Figura 2 exemplifica duas importantes conclusões: (i) formato exponencial do decaimento da probabilidade de ruína estimada a partir de aumentos consecutivos do capital de solvência, e; (ii) que a adoção de um contrato de resseguro adequado as características do ramo possibilita um rotação da curva de estimativas de ruína, haja vista a queda do percentual inicial de 80% para 10%, bem como a intensificação da sensibilidade a aumentos de reserva.

5. Considerações Finais

Neste trabalho buscou-se estimar a probabilidade de ruína de uma entidade seguradora ao incorporar instrumentos de limitação das garantias contratuais (contratos de resseguro

XIX USP International Conference in Accounting

proporcionais e não-proporcionais), comparando ao cenário base em que as operações gerenciais de receitas e despesas ocorrem sem modificações em suas respectivas variáveis aleatórias. Na literatura nacional, são escassos os trabalhos que propuseram aplicações diretas do processo de risco a microdados, incorporando, ainda, estruturas de resseguro e entendendo seus efeitos nas estimativas de falência. Como consequência, pôde-se dimensionar o Capital de Solvência associado a riscos de subscrição, bem como analisar os seus efeitos na redução da probabilidade de ruína.

Para obter estimativas precisas, a metodologia aqui desenvolvida pautou-se em recursos computacionais que executaram rotinas via Método de Monte de Carlo. Este procedimento, conforme demonstrado analiticamente em Carvalho (2017), fornece estimativas consistentes e que convergem para o verdadeiro valor do funcional à medida que um número suficientemente grande de replicações de trajetórias futuras é processado.

Assim, o trabalho foi estruturado em quatro etapas: extração e validação da base de dados com histórico de sinistros reais, seguido pelo ajuste das distribuições probabilísticas e seus respectivos parâmetros, por ramo SUSEP, considerando o BIC como indicador de aderência. Na sequência, simulou-se 10 mil cenários de sinistro agregado, para cada ramo, de maneira que análises quantitativas foram implementadas, visando medir a capacidade de geração de observações fidedignas dos sinistros reais. Com isto, variaram-se três cenários de processos de risco, em que foram simuladas 100 mil trajetórias temporais, desenvolvidas, cada uma, por 70 períodos (ou 210 anos).

Por fim, foi possível observar uma relação de decaimento exponencial entre a probabilidade de ruína e aumentos consecutivos do capital de solvência, sendo esta sensibilidade intensificada por meio da adoção de contratos de resseguro. Além disto, para um mesmo nível de reserva inicial, a probabilidade de ruína é menor com um tratado de Excesso de Danos comparativamente a um Quota-Parte, desde que calibrada a prioridade contratual. Por isso, é imprescindível que seja feita uma análise minuciosa e técnica no momento da escolha do painel de resseguros, visando assegurar convergência das expectativas de redução da volatilidade da operação e de medidas gerenciais de risco com os resultados reais observados nas carteiras.

Vale ressaltar que, por simplificação, não se está considerando outros fatores intrínsecos a operação de uma seguradora, tais como: rendimentos de investimentos, distribuição de dividendos, despesas administrativas gerais, entre outros. Ainda, o "estado de ruína" representa uma abstração da realidade, uma vez que terminar um período com uma unidade monetária negativa não necessariamente impede a companhia de continuar as operações. De maneira similar, finalizar um período com uma unidade monetária positiva também não significa que ela possui capacidade total de cumprir os compromissos assumidos.

Não obstante, a importância deste estudo é reforçada devido ao fato de que discussões sobre o tema intensificaram-se após o advento das normas contábeis internacionais IFRS 4^{xxi} de 2004, que trouxeram implicações para todos os contratos de seguro que uma entidade emitir, assim como contratos de resseguro que ela detiver. Seguindo essa diretriz, o IFRS 17^{xxii}, que substituirá o IFRS 4 e passará a vigorar em 1º de janeiro de 2021, acentuará ainda mais a indispensabilidade da mensuração do capital de solvência, CMR e outras quantidades. Deste modo, as metodologias internas deverão ser capazes de incorporar todos os mecanismos de transferência de risco praticados pelas seguradoras, analisando conjuntamente os valores brutos e líquidos, além de segregar com clareza para os gestores e *stakeholders* os efeitos que estas ferramentas promovem na solvência tanto a curto como em longo prazo.

XIX USP International Conference in Accounting

6. Referências Bibliográficas

- Albrecher, H., & Haas, S. (2011). Ruin theory with excess of loss reinsurance and reinstatements. *Applied Mathematics and Computation*, 217(20), 8031–8043. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2011.02.109.
- Albrecher, H., & Kantor, J. (2002). Simulation of Ruin Probabilities for Risk Processes of Markovian Type. *Monte Carlo Methods and Applications*, 8(2), 111–127.
- Anderson, D. R., & Burnham, K. P. (2004). Multimodel Inference Understanding AIC and BIC in Model Selection. *Sociological Methods and Research*, *33*(2), 261–304. https://doi.org/10.1177/0049124104268644.
- Besson, A., & Picard, M. (1983). Les assurances terrestres. Revue Internationale de Droit Comparé, 35(1), 239.
- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). *Actuarial Mathematics*. (D. Anderson, Ed.) (2nd ed.). United States of America: The Society of Actuaries.
- Carvalho, J. V. de F. (2017). Estimação da probabilidade de ruína em processos multivariados de risco com aplicações em Atuária. Universidade de São Paulo.
- Charpentier, A. (2010). *Reinsurance, ruin and solvency issues: some pitfalls* (2010-06 No. 2010-06). *Working Papers hal-00463381*. Palaiseau. Retrieved from https://hal.archivesouvertes.fr/hal-00463381.
- Cossette, H., Landriault, D., & Marceau, É. (2003). Ruin probabilities in the compound markov binomial model. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2003(4), 301–323. https://doi.org/10.1080/03461230110106462.
- Coulibaly, I., & Lefèvre, C. (2008). On a simple quasi-Monte Carlo approach for classical ultimate ruin probabilities. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(3), 935–942. https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2007.10.008.
- Deelstra, G., & Plantin, G. (2014). *Risk Theory and Reinsurance*. (S. Verlag, Ed.) (EAA Series). London: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-5568-3.
- DUFRESNE, F., & GERBER, H. U. (1989). Three Methods to Calculate the Probability of Ruin. *ASTIN Bulletin*, 19(I), 71–90. https://doi.org/10.2143/AST.19.1.2014916.
- Eryilmaz, S., & Gebizlioglu, O. L. (2017). Computing finite time non-ruin probability and some joint distributions in discrete time risk model with exchangeable claim occurrences. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *313*, 235–242. https://doi.org/10.1016/j.cam.2016.09.025.
- Filho, A. S. da S. (2010). Inferência Em Amostras Pequenas : Métodos Bootstrap. *Revista de Ciencias Exatas e Tecnologia*, 5(5), 115–126.
- Gatto, R. (2010). A Saddlepoint approximation to the distribution of inhomogeneous discounted compound Poisson processes. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 12(3), 533–551. https://doi.org/10.1007/s11009-008-9116-0.
- Gatto, R. (2012). Saddlepoint Approximations to Tail Probabilities and Quantiles of Inhomogeneous Discounted Compound Poisson Processes with Periodic Intensity Functions. *Methodology and Computing in Applied Probability*, *14*(4), 1053–1074. https://doi.org/10.1007/s11009-011-9219-x.
- Gatto, R., & Mosimann, M. (2012). Four approaches to compute the probability of ruin in the



- compound Poisson risk process with diffusion. *Mathematical and Computer Modelling*, 55(3–4), 1169–1185. https://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.09.041.
- Lemos, S. R. R. (2008). Probabilidade da ruína no mercado de seguros: fundamentos teóricos e alguns resultados de simulação. Universidade Federal de Pernambuco.
- Melo, E. F. L. de. (2008). Uma Aplicação de Cópulas de Lévy na Agregação de Processos Multivariados de Ruína † *. *Revista Brasileira de Risco e Seguro*, 4(7), 47–64.
- Mikosch, T., & Samorodnitsky, G. (2000). Ruin probability with claims modeled by a stationary ergodic stable process. *Annals of Probability*, 28(4), 1814–1851. https://doi.org/10.1214/aop/1019160509.
- Paulsen, J., & Rasmussen, B. N. (2003). Simulating ruin probabilities for a class of semimartingales by importance sampling methods. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2003(3), 178–216. https://doi.org/10.1080/03461230110106354.

¹ 6º Relatório de análise e acompanhamento dos mercados supervisionados.

ii A íntegra do documento oficial pode ser obtida em: https://www.actuaries.org.uk/documents/solvency-ii-general-insurance.

iii O acordo *Basiléia* III tem suas diretrizes estabelecidas em um conjunto de textos. As íntegras dos documentos oficiais podem ser obtidas em: https://www.bis.org/publ/bcbs238.pdf, https://www.bis.org/bcbs/publ/d295.pdf, https://www.bis.org/bcbs/publ/d295.pdf, https://www.bis.org/publ/bcbs189.pdf.

iv Esta probabilidade está definida no item 2.12.6 (Central capital) da página 31 do próprio acordo Solvency II.

^v No Brasil, conforme determinado pela SUSEP, o Limite de Retenção (LR) é calculado individualmente para cada companhia seguradora, tendo em vista o conceito de risco isolado. Para mais detalhes da metodologia de cálculo, recomenda-se a leitura das Orientações da Susep ao Mercado. Disponível em: http://www.susep.gov.br/setores-susep/cgsoa/copra/arquivos-copra/orientacoes/Orientacoes/20sobre%20Limite%20de%20Retencao%20-%20Versao%20-%2002%20-%2002%20-%202015.pdf.

vi Os tipos mais comuns de tratados proporcionais são *quota-parte* e *excedente de responsabilidade* (*surplus*). Mais detalhes sobre cada um podem ser obtidos em Deelstra e Plantin (2014).

vii Os tipos mais comuns de tratados não-proporcionais são *excesso de danos (ED)*, *perda agregada* e *stop-loss*. Mais detalhes sobre cada um podem ser obtidos em Deelstra e Plantin (2014).

viii Prêmios de reintegração consistem nos valores pagos pelas seguradoras às resseguradoras após usufruírem do direito à recuperação de valores quando da ocorrência de sinistros. Este montante permite a reintegração da cobertura utilizada, de forma que o seu valor é definido conforme a parcela consumida do(s) *layer*(s).

ix Do inglês Line of Business.

^x Vale ressaltar que este termo é uma má tradução, embora usual, do inglês *comprehensive*, que significa "abrangente".

xi O procedimento é adaptado para os casos estacionários do Algoritmo 1 desenvolvido por Carvalho (2017).

xii Os ramos de seguro considerados neste estudo foram estabelecidos conforme o Anexo I – Tabela de Ramos e Grupos da Circular SUSEP n.º 535, de 28 de abril de 2016. A íntegra do documento oficial pode ser obtida em: http://www2.susep.gov.br/bibliotecaweb/docOriginal.aspx?tipo=1&codigo=37965.

xiii Para todas as modelagens, foi utilizada a versão 3.4.4 do software R.

xiv O BIC aumenta conforme a soma dos quadrados dos erros (SQE) aumenta. Além disso, o critério penaliza modelos com muitas variáveis. Para mais detalhes, recomenda-se a leitura de Anderson e Burnham (2004).

^{xv} Caso o leitor tenha interesse em ter acesso a matriz com os resultados dos BIC's de todas as distribuições testadas em cada ramo SUSEP, os autores podem enviar por e-mail.

xvi Caso o leitor tenha interesse em ter acesso aos resultados com a Binomial Negativa (caso Pólya Composto), comparativamente com a Poisson (caso Poisson Composto), os autores podem enviar por e-mail.



- xvii Caso o leitor tenha interesse em ter acesso aos resultados dos testes de sensibilidade (para cem, mil e 10 mil sinistros) por simulação em cada ramo SUSEP, os autores podem enviar por e-mail.
- xviii O Parágrafo 3º do Art.2º do ANEXO XXVII da Resolução CNSP nº 321 de 2015 dispõe sobre a possibilidade de realizar a análise das provisões técnicas de seguros por meio de agrupamentos de ramos, desde que justificados tecnicamente. Assim, caso o indício apontado seja realmente praticado, há respaldo legal com justificativa técnica.
- xix O FESR foi criado pelo Decreto-lei nº 73, de 21.11.66, tendo como gestor a Agência Brasileira Gestora de Fundos Garantidores e Garantias S.A (ABGF).
- ^{xx} Caso o leitor tenha interesse em ter acesso aos resultados da análise da prioridade hipotética em cada ramo SUSEP, os autores podem enviar por e-mail.
- xxi A íntegra do documento oficial pode ser obtida em: http://eifrs.ifrs.org/eifrs/bnstandards/pt-br/2012/IFRS04.pdf.
- xxii A íntegra do documento oficial pode ser obtida em: http://eifrs.ifrs.org/eifrs/bnstandards/en/IFRS17.pdf.