



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Estatística Multivariada Aplicada: Construção do Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige

JOSÉ APARECIDO MOURA ARANHA

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

ELOIR DE OLIVEIRA GONDRIGE

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Resumo

A previsão de insolvência, embora ser assunto bastante discutido, ainda existe uma necessidade de aprimoramento dos modelos existentes, devido ao surgimento de novas variáveis predictoras, como várias substituições de moedas, cenários econômicos, adequações das normas contábeis com o padrão internacional, dentre outros fatores que afetam a economia e o desempenho das companhias. Dessa forma, indaga-se como construir um modelo de previsão de insolvência com a aplicação da função discriminante? O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo de previsão de insolvência utilizando a análise discriminante. O trabalho se justifica pela necessidade de buscar compreender a situação financeira das empresas, bem como a transição que ocorre entre as empresas solventes e insolventes, para que possa servir de orientação em previsões financeiras. Utilizou-se de duas amostras com 30 companhias cada, sendo uma constituída por empresas considerada insolventes, e outra por solventes. Foram coletados indicadores econômico-financeiro junto à base de dados da Economática[®]. Para modelagem da função discriminante foi utilizado o Software *IBM SPSS Statistics* bem como planilha *Microsoft Excel*[®]. A pesquisa quanto sua natureza caracteriza-se como aplicada, quanto a abordagem é quantitativa, com relação aos objetivos classifica-se como descritiva e utiliza-se dos métodos de pesquisa bibliográfica e coleta de dados. Estatisticamente o modelo desenvolvido apresenta um poder discriminatório de 90% e, quando submetido ao teste de validação, com amostra de empresas diferentes das utilizadas inicialmente, apresentou índice de acerto de 95%. No teste comparativo com outros modelos existentes, o resultado foi de 93,33% de acerto, portanto, o Modelo de previsão de Insolvência Aranha & Gondrige apresenta uma representatividade com elevado poder de discriminação, podendo ser considerado um modelo robusto.

Palavras-chave: Análise Financeira. Função Discriminante. Previsão de Falência.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

1 Introdução

O objetivo desta pesquisa foi propor um modelo de previsão de insolvência baseado em indicadores contábeis com o uso da análise discriminante. Embora se tratar de tema bastante discutido, ainda existe uma necessidade de aprimoramento dos modelos existentes, devido ao surgimento de variáveis preditoras ao longo do tempo, como várias substituições de moedas desde os últimos modelos, mudança na legislação contábil, adequações das normas de contabilidade com o padrão internacional, dentre outros fatores que afetam a economia e o desempenho das companhias (Silva, 2016).

A mensuração da insolvência conjectura-se como uma das inúmeras dificuldades às quais as organizações estão suscetíveis, onde a análise das demonstrações contábeis auxilia na obtenção das informações sobre o desempenho econômico-financeiro das companhias.

No contexto brasileiro, observa-se muitas características qualitativa e quantitativa em todas as áreas e seguimentos, portanto, elaborar um modelo de previsão de insolvência que possa antever a falência de empresas nos primeiros cinco anos, bem como oferecer evidências empíricas de que as demonstrações contábeis, como elemento de base para uma análise financeira, podem servir como informações de altíssimo grau de relevância para se evitar a deterioração dessas companhias.

Inquestionavelmente, os modelos de insolvência atuais tratar-se de uma ferramenta para avaliação de empresas em uso há algum tempo, fazem-se necessários enquanto não surgir novos preditores de falência. Novos modelos estruturados e com a aplicação de métodos estatísticos surgirão e poderão de alguma forma ser úteis aos gestores (Pinheiro et al., 2007)

Sendo assim, esse estudo justifica-se pela necessidade de buscar compreender a situação financeira das empresas e a transição que ocorre entre as empresas solventes e insolventes para que possa servir de orientação em previsões financeiras.

Com base nas considerações tem-se o problema de pesquisa: Como construir um modelo de previsão de insolvência com a aplicação da função discriminante?

Portanto, o objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo de previsão de insolvência utilizando a análise discriminante, e como objetivos específicos tem-se:

- a) Selecionar companhias em recuperação judicial, com prejuízos recorrentes e com passivo a descoberto e companhias sem problemas financeiros.
- b) Coletar indicadores financeiros do banco de dados da Economática[®] para compor o modelo de previsão de insolvência.
- c) Construir a função discriminante.
- d) Testar e validar o modelo de previsão de insolvência.

A presente investigação quanto a natureza classifica-se como aplicada, possui caráter descritivo quanto aos objetivos (Gil, 2002), quantitativa com relação a sua abordagem e, quanto aos procedimentos é bibliográfica e documental, pois utilizará da análise de dados primários que serão obtidos pela coleta dos relatórios e demonstrações contábeis das companhias que constituirão a amostra. A amostra para este trabalho foi composta de informações econômico-financeira de 60 empresas de capital aberto que operam na Bolsa, Brasil, Balcão (B3) no ano de 2019, que foram coletadas do banco de dados da Economática[®] e Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

O artigo está estruturado em cinco itens, incluída esta introdução, seguida dos itens 2 a 5, nos quais serão abordados respectivamente: o referencial teórico que suporta este estudo; os aspectos metodológicos do estudo; os resultados alcançados; os argumentos conclusivos; e, ao final, apresentam-se as referências.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

2 Referencial Teórico

2.1 Estudos Anteriores

Vários estudos foram realizados com o objetivo de desenvolver modelos capazes de prever insolvência. Os estudos têm início após a crise dos mercados financeiros em consequência do “crash” da Bolsa de Nova York e a contabilidade manteve seu papel de geradora de informações fazendo-se indispensável uma contínua busca pela melhor informação de modo que seja, fidedigna e tempestiva (Matarazzo, 2010).

No Brasil os estudos iniciados por Kanitz no início da década de 1970 proporcionaram uma série de publicações como o artigo de 1974 “Como Prever Falências de Empresas”, tese de livre-docência intitulada “Indicadores Contábeis e Financeiros de Previsão de Insolvência: a experiência da pequena e média empresa brasileira”, bem como do livro “Como Prever Falências” publicado em 1978 (Kanitz, 1974).

O trabalho de Kanitz de 1974, consistiu na elaboração de uma equação matemática com cinco índices econômico-financeiros de balanços, elaborada a partir da técnica de regressão múltipla e análise discriminante, foi o pioneiro no uso de análise discriminante no Brasil onde obteve uma resultante denominada de “termômetro da insolvência”. Kanitz atribuiu ao seu modelo três faixas para classificar as empresas, insolvente entre -3 e -7, solvente entre 0 e 7 e a região da penumbra, isto é, indefinida de 0 a -3.

Estudo realizado no exterior com o uso de instrumentos estatísticos Altman (1968), construiu seu modelo com a utilização da análise discriminante múltipla. Ele tentou através desse estudo superar as deficiências das análises baseadas em um único índice. Com o uso de recursos estatísticos como a análise discriminante multivariada foi possível aplicar a um grupo de índices com capacidade de separar empresas boas (solventes) de empresas ruins (insolventes) e, ao mesmo tempo, determinar o peso relativo de cada índice.

Apesar do estudo de Altman em 1968, realizado nos Estados Unidos, no entanto este deu continuidade à sua pesquisa com intuito de aprimorar a função ou criação de outros modelos. Sendo assim, Altman, Baidya e Dias em 1978, desenvolveram um estudo com empresas brasileiras, denominado “Previsão de problemas financeiros em empresas”. Utilizaram como base o modelo anteriormente desenvolvido, porém com alguns ajustes para adaptar à realidade brasileira, obtendo-se assim duas equações, Z_1 e Z_2 , cujos resultados, em termos de precisão de classificação, são essencialmente idênticos e em ambos os casos, o ponto crítico de separação dos grupos é zero (Altman et al., 1978).

Em pesquisa realizada por Poueri em 2002, com a utilização da análise discriminante aplicada em uma amostra de empresas que haviam requerido a concordata, onde o objetivo do autor era verificar se as empresas poderiam ter algum tipo de êxito com essa solicitação onde irá classificá-las em dois grupos solventes e insolventes obtendo como produto um modelo de previsão que pode ser considerado híbrido ou misto (Poueri (2002).

O modelo de Poueri foi testado quanto à sua capacidade de avaliar se as empresas concluíram suas concordatas e, também, em sua capacidade de discriminar as empresas nos dois grupos anteriormente descritos (solventes e insolventes). Verificou-se ser possível através das demonstrações contábeis das empresas objetos do estudo, a previsão da tendência de solvência ou insolvência daquelas, avaliando-se se lograriam êxito com a concordata (Poueri, 2002).

Pesquisa realizada por Onusic, Kassai e Viana em 2004, com o objetivo de gerar modelos de previsão de insolvência utilizando análise envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*) e regressão logística, os autores compararam os resultados alcançados por estas duas técnicas. Mesmo diante de algumas limitações que ocorreram, os resultados obtidos com os modelos foram considerados satisfatórios, uma vez que o modelo *DEA* classificou corretamente 90% das empresas insolventes e 74% das solventes enquanto, que o de regressão



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

logística foi de 78% para as solventes e 70% de classificação correta para as insolventes (Onusic et. al., 2004).

Ainda no mesmo objetivo da pesquisa desenvolvida em 2004, porém com outros autores, Onusic, Casa Nova e Almeida em 2005, utilizaram uma técnica matemática originada da pesquisa operacional, a análise *DEA*. Para isso valeram-se de uma amostra composta por 60 empresas divididas em dois grupos, um grupo com 10 empresas que enfrentaram processo de falência/concordata e outro grupo, composta por 50 empresas solventes, todas do mesmo setor e com porte semelhante. Como resultado, as classificações obtidas pelos indicadores *DEA* foram confrontadas com a situação real das empresas após três anos, e ficou preliminarmente demonstrado que o modelo *DEA* foi capaz de discriminar com bom grau de acerto, sendo que 90% das empresas insolventes foram classificadas corretamente (Onusic et. al., 2005).

Pesquisa realizada por Rebello em 2010, os modelos de previsão de insolvência: uma análise comparativa de seus resultados, cujo estudo foi baseado nos modelos brasileiros de Kanitz, Altman, Elizabetsky, Matias e Silva, foi utilizada uma amostra de 12 empresas, sendo 6 em situação de insolvência ocorridas no período de 1998 a 2001, do no mesmo porte e segmento, outras 6 empresas que não se encontravam em liquidação ou concordata para compor o grupo das empresas solventes. A conclusão obtida por Rebello foi de que os modelos apontaram para classificações distintas, quando aplicados em uma mesma demonstração contábil (Rebello, 2010).

Pesquisa que cabe mencionar, foi o estudo desenvolvido por Nascimento, Pereira e Hoeltgebaum também em 2010, onde replicam os modelos desenvolvidos por Elizabetsky e o de Matias de 1976; Kanitz de 1978, Silva de 1982 e o de Altman de 1979, em grandes empresas aéreas brasileiras, no entanto, a amostra consistia apenas das empresas, TAM Linhas Aéreas S/A e Gol Linhas Aéreas Inteligentes S/A, no período de 2004 a 2008. Os resultados indicaram que no caso específico da Gol Linhas Aéreas Inteligentes S/A, foram detectados indícios de solvência para os cinco anos analisados nos modelos de Matias, Kanitz e Silva e nos modelos de Altman e Elizabetsky apresentaram indícios de insolvência (Nascimento et al., 2010).

De certa forma, no caso da companhia TAM Linhas Aéreas S/A, Nascimento, Pereira e Hoeltgebaum, verificaram que apenas dois dos modelos apresentaram situação de solvência, o de Matias e o de Silva. Ressaltam ainda, que o modelo de Elizabetsky detectou situação de insolvência para os cinco anos investigados. Quanto ao modelo de Kanitz foi o que apresentou a maior discrepância no período analisado, demonstrando oscilações entre a solvência e insolvência durante os cinco anos (Nascimento et al., 2010).

No ponto de vista de Nascimento, Pereira e Hoeltgebaum, os resultados corroboram com os achados de Aranha e Lins Filho de 2005 que também identificaram a situação de insolvência na empresa no período de 2002 e 2003. Aranha e Lins Filho apresentaram estudo onde aplicaram o Modelo de Kanitz na avaliação de empresas do setor de aviação comercial brasileiro. Os dados foram os das companhias GOL, TAM, VASP e VARIG no período de 2002 a 2004. Para a Gol os resultados apontaram situação de solvência, enquanto para as demais, os resultados foram para insolvência (Aranha & Lins Filho, 2005).

Portanto, verifica-se que a busca por modelos que consigam prever insolvência foi motivada por uma necessidade por parte dos usuários das informações de cunho econômico-financeiro das companhias, principalmente, tendo como ponto de partida a grande crise motivada pela queda do mercado de ações norte-americano em 1929.

2.2 Análise Discriminante

O pioneiro no estudo da análise discriminante foi Fischer que a propôs na primeira metade do século XX, como um critério mais confiável para a classificação de novas espécies



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

de vegetais sendo rapidamente adotada além da Taxonomia e Sistemática Vegetal (Maroco, 2003).

Atualmente, percebe-se uma grande aplicação dessa técnica estatística de análise em diversos campos do conhecimento, como biologia, antropologia, marketing, comportamento do consumidor, entre outros (Fávero & Belfiore, 2009).

No estudo de finanças, destaca-se o trabalho de Edward Altman que, em 1968, publicou no *The Journal of Finance* o artigo intitulado *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, bem como cita ainda, outros autores que também contribuíram significativamente para a aplicação da análise discriminante (Fávero et al., 2009).

Durante muitos anos, a análise discriminante tem recebido uma grande atenção teórica de diversas áreas, como marketing, em que podem ser citados os trabalhos de Frank, Massy e Morrison (1965), Morrison (1969), Crask e Perreault (1977) e Hora e Wilcox (1982). Merece destaque também a expressiva contribuição de alguns trabalhos em relação à modelagem matemática da análise discriminante, como os de Lachenbruch e Mickey (1968), Marks e Dunn (1974), McLachlan (1974), Krzanowski (1975), Randles, Broffitt, Ramberg e Hogg (1978), Constanza e Afifi (1979) e Fraley e Raftery (2002) (Fávero et al., 2009).

Nos Estados Unidos e na Europa, há, atualmente, uma vasta aplicabilidade da análise discriminante nas ciências sociais e do comportamento e, no Brasil, seu uso vem sendo ampliado em diversas áreas, devido à contribuição direta dos principais *softwares* estatísticos que apresentam esta técnica (Fávero et al., 2009).

Portanto, desde o trabalho de Altman de 1968, a análise discriminante tem sido a técnica estatística utilizada para classificar uma observação em um dos vários agrupamentos, *a priori*, dependente das características individuais da observação. É utilizada principalmente para classificar e/ou fazer previsões em problemas onde as variáveis dependentes aparecem em forma qualitativa, por exemplo, do sexo masculino ou do sexo feminino, falência ou não à falência.

Assim também, Ragsdale (1995, p. 379) define análise discriminante como “uma técnica estatística que usa informações disponíveis de um conjunto de variáveis independentes para predizer o valor de uma variável dependente discreta ou categórica”.

Uma das vantagens do uso da análise discriminante para Silva (2016), é que os pesos a serem atribuídos aos índices são determinados por cálculos e processos estatísticos, o que exclui a subjetividade ou mesmo o estado de espírito do analista no momento da análise.

Segundo Corrar et al (2007, p. 236), “a análise discriminante objetiva encontrar uma função matemática para discriminar ou segregar elementos entre grupos preestabelecidos e assim apresentar uma divisão dos resultados conforme a sua classificação”. Mingoti (2013, p.213) comenta que é “uma técnica que pode ser utilizada para organizar a classificação de elementos de uma amostra ou população, onde os grupos são conhecidos *a priori*”.

Dessa forma, a técnica procura basicamente responder se um elemento pertence ou não a uma determinada categoria. Tratando-se da análise de risco de crédito, a análise discriminante, ou especificamente a função discriminante, indicará se uma empresa pertence a um grupo de firmas solventes ou ao conjunto das insolventes (Hair et al., 2009).

Sendo assim, a finalidade da análise discriminante, é verificar se determinada empresa se classifica no grupo de empresas solventes ou insolventes, conforme a pontuação recebida, após apuração dos indicadores financeiros obtidos por meio de uma equação linear ou função discriminante, utilizando os dados das demonstrações contábeis das empresas.

Nesse contexto, os objetivos da análise discriminante são:

- a) Identificação das variáveis que melhor diferenciam ou separam grupos de indivíduos estruturalmente diferentes e mutuamente exclusivos;
- b) Estimação dos pesos ou coeficientes da função discriminante;

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

- c) A utilização das variáveis e dos coeficientes para estimar um "índice" ou função discriminante que represente as formas entre os grupos ou classes; e
d) A utilização desta função para classificar *à priori* novos indivíduos nos grupos. As variáveis independentes relevantes, formadoras da função discriminante, são obtidas por recurso à estatística Lambda (l) de Wilks (Hair et al., 2009).

A estatística para cada uma das variáveis, segundo Maroco (2003), é dada por: $l = \frac{SQE}{SQT}$

Sendo:

a) $SQE = \sum (y_i - \bar{y}_i)^2$ = soma dos quadrados dos erros dentro dos grupos;

b) $SQT = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ = soma dos quadrados totais.

c) y = variável sob estudo

d) \bar{y}_i = valor médio de y

e) \hat{y}_i = valor estimado de y

Os pesos ou coeficientes $w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ip}$ são estimados de modo que a variabilidade dos escores (D_i) da função discriminante seja máxima entre os grupos e mínima dentro dos grupos. Eles representam uma medida relativa da importância das variáveis originais na função estimada. Quanto maior for o coeficiente das variáveis independentes, maior será a sua contribuição na discriminação entre os grupos, passo importante para interpretação e análise do modelo.

Desta forma, dadas p-variáveis e g grupos é possível estabelecer $m = \min (g - 1; p)$ funções discriminantes que são combinações lineares das p-variáveis, tal que:

$$D_i = w_{i1} X_1 + w_{i2} X_2 + \dots + w_{ip} X_p, \text{ com } i = 1, \dots, m$$

O nível de significância da função é estimado com base em uma transformação qui-quadrado da estatística Lambda (l) de Wilks.

A classificação de indivíduos em classes utilizadas para estimar a função discriminante é procedida de modo a que cada indivíduo seja inserido no grupo cujo centróide (valor médio para os escores discriminantes de todos os elementos, em uma dada categoria ou grupo) se encontra mais próximo.

O ponto de corte ou zona de fronteira é dado por: $f = \frac{n_1 \bar{d}_1 + n_2 \bar{d}_2}{n_1 + n_2}$

Onde: \bar{d}_1 e \bar{d}_2 são as médias (centróides) da função discriminante nos grupos 1 e 2 e n_1 e n_2 são as dimensões (números de indivíduos) destes grupos.

Assim um determinado indivíduo pertencerá ao grupo 1 se o seu escore, D_i , for maior que f do contrário será classificado no grupo 2.

2.2.1 Suposições da Análise Discriminante

Para aplicação da análise discriminante são requeridos certos pressupostos. Os pressupostos ou suposições mais importantes são, a de normalidade das variáveis independentes e igualdade nas matrizes de dispersão e covariância dos grupos. A falta de normalidade pode causar problemas na estimação da função discriminante e matrizes de covariâncias desiguais podem afetar negativamente o processo de classificação (Corrar et al., 2009).

Uma outra característica dos dados que pode comprometer os resultados é a multicolinearidade entre variáveis independentes. Esta característica indica se duas ou mais variáveis são correlacionadas, de maneira que uma variável pode ser explicada por outra, acrescentando pouco ao poder elucidativo do conjunto como um todo (Hair et al., 2009).

O pressuposto de linearidade das relações entre as variáveis está implícito na função discriminante, pois relações não lineares não são refletidas na função, a menos que

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

transformações específicas de variáveis sejam executadas para representar efeitos não lineares (Hair et al., 2009).

Em mesma sintonia, Corrar et al. (2014), a linearidade pode ser utilizada como conceito de um determinado modelo onde terá as propriedades de aditividade e homogeneidade, no entanto, os modelos lineares preveem valores que são evidenciados em uma linha reta. De modo contrário, segundo Corrar et. al (2014, p. 46) "[...] a linearidade é uma suposição implícita nas técnicas multivariadas baseadas em medidas correlacionais de associação, incluindo regressão múltipla, regressão logística e análise fatorial".

3 Procedimentos Metodológicos

Este trabalho, quanto aos objetivos do estudo se enquadra como pesquisa descritiva. Richardson (2012) denomina referida pesquisa descritiva aquela que busca explicar como um determinado fenômeno se comporta e quais fatores tem efeito nas variáveis da pesquisa e se essas mudanças podem impactar de qual maneira a variável dependente, tendo em vista as causas e as consequências do fenômeno.

Do ponto de vista da sua natureza classifica-se como aplicada porque gera produto ou processos imediatos, possui caráter descritivo quanto aos objetivos uma vez que descreve os fatos observados sem interferir neles, quantitativa com relação a sua abordagem já que requer o uso de recursos e técnicas de estatística (Gil, 2000).

No que se refere a abordagem classifica-se como quantitativa, pois faz o manuseio ou tratamento de uma amostra utilizando ferramentas estatísticas a fim de mensurar os dados coletados (Creswell, 2014 & Gil, 2002). Quanto aos procedimentos é bibliográfica e documental, pois coloca o pesquisador em contato com publicações existentes sobre o tema e utilizará da análise de dados primários.

Para o desenvolvimento, a amostra utilizada foi composta por indicadores econômico-financeiros de empresas solventes e insolventes de diversos setores e segmentos conforme classificação da B3. Para coleta foi utilizado o banco de dados da Economática[®] do ano de 2019, foi utilizada a base desse ano tendo em vista que no início da pesquisa os de 2020 ainda não estavam disponíveis. Para efeito de classificação das companhias insolventes foram consideradas aquelas em recuperação judicial, conforme listagem disponível na CVM, aquelas que apresentam prejuízos de forma sistemática e com Passivo a Descoberto.

Dentro desse contexto, para efeito de comparabilidade, as companhias selecionadas, solventes e insolventes são dos mesmos segmentos no âmbito da B3. Além do critério mencionado, as companhias possuem valores de Ativo Total similares, cujo propósito foi obter grupos homogêneos tanto em termos de segmentos e de volume de Ativo. Foram utilizadas duas amostras com 30 companhias cada, sendo uma constituída por empresas consideradas insolventes, a outra amostra composta por empresas solventes. As companhias estão descritas na Tabela 1:

Tabela 1 Companhia que Constituem a Amostra

Empresas Solventes Variável Dependente (1)	Empresas Insolventes Variável Dependente (0)	Subsetor Bovespa
Boa Safra	Pomi Frutas	Agropecuária
Casan	Orizon	Água e saneamento
Brf	Minerva	Alimentos processados
Marfrig	Minupar	Alimentos processados
Metal Leve	Plascar Part	Automóvel e motocicletas
Magazine Luiza	Lojas Arapuã	Comércio
Carrefour	Bombril	Comércio e distribuição
MRV	PDG Realt	Construção civil
Tenda	Rossi Resid	Construção civil
Trisul	Viver	Construção civil

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Sondotecnica	Eternit	Construção e engenharia
Portobello	Haga	Construção e engenharia
Ceee-Gt	Ceee-D	Energia elétrica
Cosern	Celgpar	Energia elétrica
Aersis	Bardella	Máquinas e equipamentos
Pratica	Nordon Met	Máquinas e equipamentos
Marcopolo	Recrusul	Material de transporte
Randon Part	Riosulense	Material de transporte
Tupy	Wetzel	Material de transporte
Oceanpact	OSX Brasil	Petróleo e gás
Petrobras	Dommo	Petróleo e gás
Petrobras BR	Pet Manguinho	Petróleo e gás
Meliuz	Westwing	Programas e serviços
Nutriplant	Fer Heringer	Químicos
Tekno	Mangels Indl	Siderurgia e metalurgia
Dohler	Karsten	Tecidos vestuários
Pattenati	Tecelagem São José	Tecidos vestuários
Santanense	Teka	Tecidos vestuários
Cia Henring	Tex Renaux	Tecidos vestuários
Whirlpool	Hercules	Utilidade doméstica

Fonte: os Autores, 2021

Para efeito da análise estatística, os quantitativos de companhias constituem o agrupamento, sendo (0) os das insolventes e (1) para as solventes. Os indicadores econômico-financeiros são as variáveis independentes e, para sua identificação foi atribuída uma nomenclatura (X_i) que se encontra logo à frente deles, conforme Tabela 2:

Tabela 2 - Nomenclaturas das Variáveis Independentes

Grupos de Índices	Índices	Legenda
Indicadores de Liquidez	Liquidez Geral	X_1
	Liquidez Corrente	X_2
	Liquidez Seca	X_3
Indicadores de Rentabilidade	<i>Return on Invested Capital (ROIC)</i>	X_4
	<i>Return on Equity (ROE)</i>	X_5
	<i>Return on Assets (ROA)</i>	X_6
	Margem Ebit	X_7
	Margem Ebitda	X_8
	Margem Bruta (MB)	X_9
	Margem Líquida (ML)	X_{10}
	Giro do Ativo (GA)	X_{12}
Giro do Patrimônio Líquido (GPL)	X_{13}	
Capital de Giro	Capital de Giro	X_{11}
Indicadores de Estrutura de Capital ou Endividamento	Imobilização do Capital Próprio (ICP)	X_{14}
	Participação de Capitais de Terceiros (PCT)	X_{15}
	Grau de Endividamento (GE)	X_{16}

Fonte: Os Autores, 2021

Com base nos indicadores foi construído o modelo de insolvência, utilizando-se o modelo estatístico de análise discriminante de Fischer, para isso, utilizou-se o software *IBM SPSS Statistics* versão 28.0.0.0 (190). Após construído, o modelo foi submetido a teste para sua validação.

Inicialmente foram utilizados os 16 indicadores da Tabela 2, entretanto as saídas do software SPSS, apontaram várias inconsistências, de forma que algumas variáveis foram excluídas pelos seguintes motivos:

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

- Resultado da saída do teste de igualdade de médias de grupos em que o Lambda de Wilks, quanto mais próximo de 1,000 é pior, igualmente, a significância que o recomendado que o p-valor que seja menor que 0,05;
- Exclusão das variáveis com grau de correlação forte evidenciado na Tabela 3 de covariância e correlação, a exclusão se deu para eliminar problemas de multicolinearidade; e
- Eliminação das variáveis da função discriminante com coeficientes “zerados”, que se utilizados redundará em resultado nulo.

Dessa forma, mediante as exclusões com o propósito de melhorar a saída de dados e obter uma função discriminante mais robusta, restaram as seguintes variáveis independentes: Liquidez Geral (X_1), Margem Bruta (X_9), Giro do Ativo (X_{12}), Giro do Patrimônio Líquido (X_{13}) e Capital de Terceiro (X_{15}).

Para identificar casos de multicolinearidade foi gerada pelo *SPSS Estatistics* as matrizes de covariância e correlação, cuja matriz de covariância serve de base para obtenção da matriz de correlação. A verificação da matriz de correlação possibilita ao pesquisador identificar prováveis casos de multicolinearidade e dessa forma, identificar as variáveis que podem afetar o processo estatístico Corrar et al. (2014). Cabe ressaltar que para Gujarati & Porter(2011) a multicolinearidade não viola nenhuma das hipóteses de uma regressão, já que estimativas consistentes, não viesadas os erros padrão serão estimados corretamente. As matrizes de covariância e correlação estão demonstradas na tabela 3.

Tabela 3- Matriz de Covariância e Correlação

		X_1	X_9	X_{12}	X_{13}	X_{15}
Covariância	X_1	,304	-2,768	,066	-,931	-149,683
	X_9	-2,768	1585,184	-6,534	57,400	8890,719
	X_{12}	,066	-6,534	,617	-2,164	-167,655
	X_{13}	-,931	57,400	-2,164	468,368	46119,419
	X_{15}	-149,683	8890,719	-167,655	46119,419	4979499,097
Correlação	X_1	1,000	-,126	,153	-,078	-,122
	X_9	-,126	1,000	-,209	,067	,100
	X_{12}	,153	-,209	1,000	-,127	-,096
	X_{13}	-,078	,067	-,127	1,000	,955
	X_{15}	-,122	,100	-,096	,955	1,000

Fonte: Dados da Pesquisa, 2021

Apesar da eliminação de variáveis com forte correlação, as X_{13} e X_{15} foram mantidas, em que pese o grau muito forte de correlação positiva. Optou-se em não as excluir tendo em vista que isso acarretaria prejuízos no resultado do modelo da função discriminante, bem como o modelo não foi prejudicado, evidenciando-se robusto.

Para testar a homogeneidade das matrizes covariância-correlação, já que o pressuposto de que a matriz para cada um dos grupos em estudo é de uma mesma variância-covariância, em relação a cada uma das p-variáveis, dessa forma, para que a estimativa conjunta da variância residual possa ser obtida não pode ocorrer violação sob pena de comprometer a robustez da função discriminante. Para este fim foi utilizado o M de Box que testa a H_0 de igualdade de matrizes de co-variância através do nível de significância obtido (Corrar et. al., 2014).

Portanto, se a dimensão de todas as amostras for igual, a função discriminante pode ser considerada robusta relativamente à não violação do pressuposto de homogeneidade das matrizes de variância-covariância. Neste caso, aceita-se a hipótese H_0 de que as variáveis possuem a mesma variância. O teste de M de Box está representado na tabela 4.

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Tabela 4 – Teste de M de Box

M de Box		251,713
Z	Aprox.	15,219
	df1	15
	df2	13544,526
	Sig.	<,001

Fonte: dados da pesquisa, 2021

O resultado do teste M de Box apresenta nível de significância de 0,001, portanto inferior a 0,05. Se o p-valor for maior que 0,05 aceita-se a hipótese nula, o que indica que os dados estão bons e que não existe diferença na matriz de covariância entre as duas amostras. Em que pese o recomendado p-valor <0,05, o nível de significância obtido foi inferior, entretanto, isso não afeta a continuidade da geração da função discriminante, uma vez quando o Teste M de Box indica violação dessa premissa, nível de significância de 0,05, e o resultado do teste é menor e o *software* não deixou de gerar todas as demais etapas, tem-se o indicativo de que as violações estatísticas não estão inviabilizando o estudo (Corrar et al. 2014). No caso desse estudo não houve inconsistências nas demais etapas.

Para o presente estudo tem-se uma amostra com 2 grupos, portanto, isso gera apenas uma Função Discriminante que é o número de grupos ou variáveis dependentes menos 1(n-1). Neste caso, o *IBM SPSS Statistics* dá como saída os autovalores e a Correlação Canônica, que estão representados na tabela 5.

Tabela 5 - Autovalores e Correlação Canônica

Função	Autovalor	% de variância	% cumulativa	Correlação canônica
1	1,015 ^a	100,0	100,0	,710

a. As primeiras 1 funções discriminantes canônicas foram utilizadas na análise.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021

Neste caso o modelo consegue explicar 100% da variação dos dados com apenas uma Função Discriminante (autovalor = 1,015). O autovalor indica o grau de superioridade entre funções, como se trata de modelo com uma única função, entende-se que esta tem sua importância. O poder explicativo é dado pela correlação canônica que tem o mesmo poder explicativo do R² de uma análise de regressão. Elevando esse valor ao quadrado tem-se a medida do poder explicativo da Função (Corrar et al., 2014).

Para (Corrar et al. 2014) um alto resultado da correlação canônica (0,710) traduz em um alto poder de explicação da função discriminante. O valor elevado ao quadrado corresponde a 50,41%, portanto, o grau de confiabilidade da função ainda é aceitável.

Para testar o nível de significância da função discriminante, ou seja, se o modelo consegue separar e classificar bem os grupos foi efetuado o teste de Lambda de Wilks (*Wilks' Lambda*) representado na tabela 6.

Tabela 6 – Resultado do Lambda de Wilks

Teste de funções	Lambda de Wilks	Qui-quadrado	df	Sig.
1	,496	38,876	5	<,001

Fonte: dados da pesquisa, 2021

Com o resultado de 0,496 de Lambda de Wilks para um Qui-quadrado de 38,876 e p-valor <0,001, pode-se afirmar que a função discriminante é altamente significativa uma vez que o p-valor >0,05 indica essa condição. Já o Lambda de Wilks quanto mais próximo de "zero" for seu valor, mais intensa será a diferença entre as médias dos grupos, indicando que a função tem alta capacidade de discriminar os elementos entre os grupos (Corrar et al. 2014).

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

O teste de Wilks' Lambda é para testar a Função Discriminante, neste caso foi significativo pois o p-valor é menor que 0,05. O resultado do teste de igualdade entre as médias está demonstrado na tabela 7.

Tabela 7 – Teste de Igualdade Entre as Médias de Grupos

	Lambda de Wilks	Z	df1	df2	Sig.
X ₁	,568	44,107	1	58	<,001
X ₉	,962	2,275	1	58	,137
X ₁₂	,958	2,568	1	58	,114
X ₁₃	,942	3,556	1	58	,064
X ₁₅	,917	5,218	1	58	,026

Fonte: Dados da pesquisa, 2021

Para a estatística o teste de igualdade das médias dos grupos indica se esta consegue separar os grupos. Se p-valor >0,05 então é significativo, ou seja, consegue separar os grupos. Nesse caso, somente a variável X₁ apresenta p-valor >0,05 e o menor Lambda de Wilks. Em que pese as demais variáveis não atender essa condição o modelo não foi prejudicado no seu poder preditivo. Isso se justifica pelo fato de se considerar que a retirada das variáveis com maior Lambda levaria a uma função com poder de explicação menor que o atual (Corrar et al. 2014).

Para testar a capacidade preditiva do modelo tem-se a função discriminante canônica, cujo resultado está representado pela figura 8.

Figura 8 – Coeficientes da Função Discriminante Canônica

X ₁	1,679
X ₉	-,003
X ₁₂	,062
X ₁₃	-,040
X ₁₅	,001
(Constante)	-1,068

Fonte: dados da pesquisa, 2021

Conforme se observa na tabela 8 tem-se os coeficientes da Função Discriminante Canônica, ou seja, o Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige, cuja função discriminante é:

$$FI = - 1,068 + 1,679 * X_1 - 0,003 * X_9 + 0,062 * X_{12} - 0,040 * X_{13} + 0,001 * X_{15}$$

Para determinar o poder de classificação da previsão de insolvência o SPSS tem a saída conforme tabela 9:

Tabela 9 - Resultados da Classificação

		Companhias		Total
		0	1	
Original	Contagem	0	28	30
		1	4	30
	%	0	93,3	100,0
		1	13,3	100,0

a. 90,0% de casos agrupados originais classificados corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2021

Conforme evidenciado na tabela 9 a função classificou corretamente 90% dos dados das amostras, portanto, o Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige pode ser considerado uma função discriminante relevante, robusta e, com alto poder discriminatório.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

4 Discussão dos Resultados

Para validação da função discriminante, ou seja, do Modelo de Previsão Insolvência Aranha & Gondrige, decidiu-se submetê-la a teste utilizando-se para isso planilha eletrônica *Microsoft Excel*[®].

Para fins de validação do modelo adotou-se como parâmetro os procedimentos utilizados por Kassai e Kassai (1999) em seu trabalho denominado “Desvendando Termômetro de Kanitz”, conforme os passos a seguir descritos:

- 1º Passo: obter os índices das variáveis e alimentar a planilha.
- 2º Passo: criar uma coluna na planilha do Excel[®] com os p-valores da função discriminante fornecido pelo Software *IBM SPSS Statistics*, chamada “Escore Discriminante” e calcular o “Ponto de Corte”.
- 3º Passo: analisar o “Grau de Precisão” do modelo e,
- 4º Passo: construir o ponto de separação do modelo.

Portanto, diante desses passos segue os procedimentos feitos na amostra para validação do modelo de previsão de insolvência Aranha & Gondrige:

- 1º Passo: obter os índices das variáveis independentes X_1 , X_9 , X_{12} , X_{13} e X_{15} . Sendo assim, alimenta-se a planilha do Excel[®].
- 2º Passo: criar uma coluna na planilha do Excel[®] onde denominou-se de “Escore Discriminante” com os p-valores da função discriminante:

$$FI = -1,068 + (1,679 * X_1) - (0,003 * X_9) + (0,062 * X_{12}) - (0,04 * X_{13}) + (0,001 * X_{15}).$$

A partir da função mencionada deve-se calcular o “ponto de corte”.

Para calcular o ponto de corte utilizou-se planilha *Excel*[®] partindo da média de cada grupo da amostra, onde o Excel[®] cria uma saída com várias informações da estatística descritiva, no entanto, foi utilizada apenas a média das empresas (0) = -1,42 e média das empresas (1) = 1,12 de posse dessas médias soma-se as duas e divide por dois $(-1,42 + 1,12) / 2 = -0,15$ sendo este o ponto de corte, no entanto, Kassai e Kassai (1999) comentam que “existem outras técnicas estatísticas para refinar o cálculo do ponto de corte e aprimorar as análises discriminantes, por exemplo o cálculo da Distância Euclidiana, Distância de Mahalanobis, análise multivariante etc”.

- 3º Passo: analisar o “Grau de Precisão” do modelo.

Nessa etapa com o ponto de corte já definido em - 0,15 que servirá de parâmetro para classificar as empresas, onde será comparado a célula que se encontra na Tabela 10 “Classificação pelo Excel[®]” com a célula “Empresas” e logo tem-se o “Grau de Precisão” do modelo.

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Tabela 10 Variáveis das Empresas, Escore Discriminante e Classificação Excel®

Companhias Insolventes – “0”							Companhias Solventes – “1”						
X ₁	X ₉	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₅	Escore Discriminante	Classificação Excel	X ₁	X ₉	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₅	Escore Discriminante	Classificação Excel
0,1	4,3	0,1	0,0	-108,9	-1,07	0	1,0	9,7	2,0	9,9	396,6	0,69	1
0,0	12,7	0,0	0,0	-521,5	-1,61	0	0,4	55,1	0,3	0,9	183,1	-0,48	0
0,6	22,7	0,6	-30,8	-4.895,2	-3,71	0	0,6	20,9	0,7	3,6	452,0	0,28	1
0,0	100	0,0	0,0	-103,7	-1,41	0	0,7	10,3	0,4	15,7	3.683,4	3,12	1
0,0	100	0,0	0,0	-100,1	-1,47	0	1,1	22,5	0,9	1,6	72,4	0,71	1
0,2	58,9	0,0	0,0	-157,0	-1,07	0	1,3	29,4	0,2	0,7	167,7	1,17	1
0,5	100,0	0,0	0,0	-992,2	-1,59	0	1,1	18,3	0,1	0,2	76,5	0,87	1
0,0	100,0	0,0	0,0	-358,4	-1,67	0	1,1	97,1	0,0	0,0	36,7	0,47	1
0,5	13,1	1,1	-147,8	-13.810,9	-8,07	0	2,3	32,0	0,9	1,2	42,4	2,76	1
0,3	-0,2	0,3	-0,2	-173,1	-0,67	0	0,9	25,0	0,5	2,7	397,3	0,69	1
0,3	-3,8	0,8	-0,9	-210,5	-0,73	0	1,4	48,8	0,2	0,4	109,0	1,26	1
0,0	112	0,0	0,0	-168,0	-1,49	0	1,1	21,8	0,6	2,5	286,1	0,99	1
0,4	-140,3	0,0	-0,2	-867,1	-0,76	0	0,7	17,9	1,0	4,7	360,3	0,33	1
0,1	90,7	0,1	0,0	-112,0	-1,34	0	1,0	44,3	1,0	2,9	181,4	0,65	1
0,3	23,5	0,5	-0,3	-159,7	-0,70	0	1,0	15,9	0,6	1,0	64,4	0,70	1
0,3	33,1	0,9	-64,3	-7.369,0	-5,42	0	1,0	18,1	0,6	1,6	155,2	0,73	1
0,2	8,4	1,0	-0,9	-183,7	-0,92	0	0,9	21,0	0,6	1,2	89,3	0,44	1
0,0	100,0	0,0	0,0	-103,6	-1,41	0	0,4	19,4	0,6	1,6	193,0	-0,23	0
0,9	3,6	0,0	-0,9	-3.496,2	-3,01	0	0,2	36,7	0,3	1,0	282,1	-0,50	0
0,4	2,9	0,5	-0,4	-190,3	-0,49	0	1,1	6,2	3,7	10,7	191,3	0,75	1
0,6	46,0	4,3	-15,3	-459,0	0,21	1	2,1	10,6	2,2	3,6	65,2	2,56	1
0,7	6,6	0,7	37,6	4.934,0	3,62	1	0,6	19,3	1,1	4,9	337,4	0,02	1
0,4	39,3	0,8	-1,2	-258,5	-0,69	0	2,6	22,0	0,7	0,8	24,1	3,28	1
0,1	100	0,0	0,0	-112,5	-1,30	0	1,0	5,1	0,6	0,9	45,7	0,72	1
0,3	16,2	0,2	-0,1	-161,3	-0,74	0	1,4	20,9	0,8	1,6	107,1	1,31	1
0,1	31,4	0,6	-0,4	-163,1	-1,05	0	3,7	43,8	0,9	1,1	27,2	4,99	1
0,0	100,0	0,1	0,0	-102,6	-1,42	0	2,5	23,2	0,6	0,8	24,6	3,09	1
0,0	100,0	0,0	0,0	-101,3	-1,45	0	1,2	13,2	0,8	2,0	155,0	1,02	1
0,4	38,9	1,6	-3,7	-326,9	-0,58	0	1,2	27,2	1,0	2,4	146,0	1,03	1
0,3	16,3	1,3	-1,4	-203,8	-0,74	0	0,8	15,4	1,5	2,8	95,5	0,31	1

Fonte. Dados da pesquisa, 2021

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Analisando as saídas dos dados quanto ao "grau de precisão" do modelo pode-se verificar que do total da amostra de 60 empresas o modelo classificou 4 companhias erradas e 1 na área de sombreamento ou penumbra, ou seja, encontra-se indefinida, sendo assim, a função apresentou um grau de precisão de 93,33% (**Ver grifos na tabela 10**).

- 4º Passo: construir o ponto de separação do modelo.

Para construir os pontos de separação, parte-se das médias aritméticas de -1,42 e desvio-padrão de 1,87 para as empresas (0) e de 1,12 e desvio-padrão de 1,24 para as empresas (1). Calcula-se o ponto inicial e final para as empresas (0), onde a média aritmética de -1,42 irá subtrair o desvio-padrão de 1,87 chegando ao resultado de -3,29. Para calcular o segundo ponto, parte-se da média aritmética de -1,42 e soma-se o desvio-padrão de 1,87 e a resultante para o segundo ponto que corresponde a 0,45.

Para calcular os pontos inicial e final para as empresas (1), parte-se da média aritmética de 1,12 e subtrai o desvio-padrão 1,24 chega-se ao resultado de - 0,12. Para calcular o segundo ponto parte-se da média aritmética de 1,12 e soma-se com o desvio-padrão de 1,24 sendo a resultante o segundo ponto que é 2,36. Entretanto, optou-se por ampliar os limites de -3,29 e 2,36, para -5,00 e 5,00, respectivamente.

Dessa forma, para melhor ilustrar, na figura 1 tem-se os pontos de classificação, sendo de 0,45 a 5,00 para empresas solventes; - 0,12 a 0,45 zona de indefinição, ou seja, empresas nessa condição requerem cuidados e, de - 0,12 a - 5,00 para empresas insolventes.



Figura 1 Pontos de separação do modelo
Fonte: os Autores, 2021

Da mesma forma o modelo Aranha & Gondrige também apresenta uma área de penumbra de - 0,12 a 0,45 como o de Kanitz, cujo ponto de separação está entre 0 e - 3.

4.1 Validação do Modelo Aranha & Gondrige

Para validação obteve-se outra amostra não pertencente à utilizada inicialmente. Foram selecionados grupos, sendo um com 10 companhias insolventes e outro com 10 companhias solventes totalizando uma amostra teste de 20 empresas.

Como alerta para os pesquisadores Hair (2009, p. 38) destaca que:

"[...] sempre deve garantir que haja observações suficientes por parâmetro estimado, para evitar superajustamento da amostra. Contudo, igualmente importantes são os esforços para validar os resultados. Separar a amostra para estimar o modelo, e usar uma subamostra para estimar a precisão".

Sendo assim, utilizou-se de amostra não pertencente à utilizada inicialmente para formulação do **Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige**. Foram selecionadas 20 companhias, sendo 10 companhias insolventes e outras 10 companhias solventes, conforme consta na tabela 11.

Tabela 11 Amostra de Companhias Solventes e Insolventes para Validação do Modelo

Empresa Solventes – Agrupamento "1"	Empresa Insolventes – Agrupamento "0"
Banco Pan	Mundial
Ambev S/A	Taurus Armas
Intelbrás	Estrela
Ampla Energ	Mendes Jr
Duratex	Cor Ribeiro
Embraer	IGB S/A
Pague Menos	Hotéis Othon

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Klabin S/A	Sansuy
Lojas Renner	Getninjas
All Norte	Proman

Fonte: Dados da pesquisa, 2021

Após o teste com o Modelo tem-se o resultado da classificação conforme demonstrado na tabela 12.

Tabela 12 - Variáveis Empresas, Escore Discriminante e Classificação Excel®

Empresas	X ₁	X ₉	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₅	Escore Discriminante	Classificação Excel®
0	0,6	14,9	-1,9	0,3	-785,8	-1,05	0
0	0,4	32,8	-2,3	0,8	-393,3	-1,14	0
0	0,2	-63,7	0,0	0,1	-128,0	-0,69	0
0	0,1	73,8	0,0	0,0	-108,6	-1,27	0
0	0,7	100,0	-0,3	0,1	-378,6	-0,58	0
0	0,2	79,4	0,0	0,0	-130,6	-1,12	0
0	0,2	65,1	-0,2	0,2	-240,5	-1,24	0
0	0,1	3,1	-0,3	1,2	-122,2	-1,11	0
0	0,4	91,9	-5,1	4,2	-221,8	-1,30	0
0	0,1	67,0	-6,1	0,3	-2.007,8	-3,42	0
1	1,1	53,1	1,7	0,2	574,4	1,35	1
1	0,5	47,2	0,4	0,3	62,1	-0,25	0
1	1,5	34,1	2,3	1,1	120,5	1,51	1
1	1,1	16,5	1,6	0,6	188,7	1,05	1
1	0,8	21,1	0,8	0,5	62,5	0,38	1
1	1,2	8,5	0,4	0,2	155,5	1,07	1
1	0,7	31,4	6,3	1,3	369,3	0,73	1
1	0,7	31,7	1,7	0,3	462,7	0,52	1
1	0,9	57,0	1,7	0,8	101,1	0,44	1
1	0,9	41,7	1,1	0,3	238,1	0,63	1

Fonte: dados da pesquisa, 2021

Conforme se pode analisar o Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrigo conseguiu classificar corretamente 95% das empresas pertencentes na amostra teste, apenas uma empresa insolvente foi classificada como solvente (**ver grifo na tabela**).

4.2 Comparação com os Modelos Existentes

Para comprovação do poder discriminatório do **Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrigo**, optou-se em compará-lo com outros modelos existentes e já discutidos neste trabalho. Todos os modelos foram submetidos à mesma amostra utilizada no desenvolvimento do modelo de previsão de insolvência, embora cada função tenha sido submetida à análise com suas respectivas variáveis independentes.

Na tabela 13 está o estudo aplicando o Termômetro de Insolvência de Kanitz, com a seguinte função discriminante: **FI = 0,05X₁ + 1,65X₂ + 3,55X₃ - 1,06X₄ + 0,33X₅**

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Tabela 13 Variáveis Independentes na Função de Kanitz

Companhias Insolventes – "0"							Companhias Solventes – "1"						
X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	Escore	Classificação	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	Escore	Classificação
-0,01	0,07	0,01	0,04	-108,91	-35,85	0	0,65	0,99	1,12	1,20	396,62	135,26	1
0,18	0,01	0,02	0,02	-521,49	-172,00	0	0,10	0,35	1,21	1,32	183,13	63,89	1
-0,06	0,63	1,17	1,26	-4895,20	-1611,56	0	0,04	0,63	0,62	0,78	452,05	151,59	1
0,08	0,04	0,00	0,00	-103,73	-34,16	0	0,35	0,68	0,82	0,96	3683,45	1218,58	1
0,09	0,00	1,31	1,31	-100,07	-29,75	0	0,20	1,06	1,25	1,81	72,44	28,18	1
0,19	0,20	0,01	0,02	-156,98	-51,44	0	0,12	1,24	1,20	1,69	146,03	52,71	1
0,57	0,46	0,05	0,06	-992,25	-326,55	0	0,08	0,81	0,53	0,97	95,46	33,71	1
1,64	0,03	0,00	0,00	-358,42	-118,13	0	0,14	1,30	1,15	2,30	167,66	59,11	1
4,48	0,52	0,30	0,68	-13810,88	-4556,15	0	0,20	1,14	5,86	6,30	76,54	41,29	1
-0,03	0,32	1,69	1,83	-173,13	-52,55	0	0,13	1,07	1,15	1,15	36,69	16,73	1
0,29	0,27	0,28	0,29	-210,49	-68,32	0	0,04	0,90	1,02	1,41	397,33	134,72	1
-0,04	0,05	44,67	44,67	-167,96	55,88	1	0,08	2,31	2,37	2,37	42,35	23,68	1
2,09	0,44	0,56	0,68	-867,09	-284,04	0	0,16	1,41	2,03	2,07	109,02	43,34	1
0,00	0,06	0,02	0,02	-112,04	-36,83	0	0,26	1,13	1,76	1,76	286,08	100,65	1
0,05	0,33	0,69	0,78	-159,67	-50,53	0	0,51	0,73	0,68	1,19	360,25	121,28	1
-6,61	0,29	0,24	0,48	-7368,97	-2431,27	0	0,17	1,03	1,16	1,69	181,38	63,90	1
0,19	0,16	0,14	0,25	-183,75	-60,15	0	0,09	1,04	1,83	2,12	64,42	27,24	1
0,26	0,91	0,05	0,19	-3496,21	-1152,28	0	0,15	1,03	2,42	2,82	155,24	58,52	1
0,12	0,03	0,00	0,00	-103,64	-34,13	0	0,12	0,89	1,79	2,24	89,33	34,93	1
0,08	0,44	0,46	0,49	-190,31	-60,98	0	0,06	0,44	0,79	0,79	192,98	66,37	1
0,14	0,41	0,45	0,57	-326,86	-106,19	0	0,14	0,25	0,42	0,52	282,05	94,42	1
0,17	0,60	0,38	0,64	-459,04	-149,82	0	0,25	1,10	1,01	1,41	191,25	67,04	1
0,02	0,27	1,50	2,02	-203,79	-63,62	0	0,66	2,14	1,80	1,80	65,16	29,54	1
0,05	0,39	1,28	1,95	-258,50	-82,17	0	2,69	0,56	1,04	1,99	337,42	113,98	1
0,02	0,11	0,01	0,01	-112,51	-36,92	0	0,05	2,52	2,18	3,03	24,58	16,81	1
0,08	0,31	0,02	0,03	-161,27	-52,66	0	0,15	3,67	2,72	3,71	27,16	20,75	1
-0,07	0,14	0,07	0,19	-163,13	-53,56	0	0,05	2,61	4,10	6,20	24,13	20,25	1
-0,01	0,02	0,01	0,01	-102,58	-33,78	0	0,03	1,05	0,82	1,67	45,67	17,93	1
0,01	0,01	0,00	0,00	-101,29	-33,40	0	0,04	1,40	0,76	1,36	107,14	38,92	1
20,81	0,73	0,83	1,51	4934,00	1631,81	1	0,59	1,19	1,22	1,37	154,96	56,00	1

Fonte. Dados da pesquisa, 2021

Pelos resultados da tabela 13 a função discriminante de Kanitz apresentou um poder de classificação de 96,67%. Classificou 2 empresas insolventes como solventes e 100% das empresas solventes classificadas corretamente. (Ver grifos na tabela 13),

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Da mesma forma, os dados foram analisados pela função discriminante de Elizabetsky, em que o seu ponto de corte é 0,05, cuja função é: $Z = 1,93204 * X_{32} - 0,20583 * X_{33} + 1,020377 * X_{35} + 1,33354 * X_{36} - 1,12899 * X_{37}$, representados na tabela 14.

Tabela 14 - Variáveis Independentes na Função de Elizabetsky

Companhias Insolventes – "0"							Companhias Solventes – "1"						
X ₃₂	X ₃₃	X ₃₅	X ₃₆	X ₃₇	Escore	Classificação	X ₃₂	X ₃₃	X ₃₅	X ₃₆	X ₃₇	Escore	Classificação
0,00	0,00	0,00	0,38	10,53	-11,39	0	0,00	0,00	0,29	0,04	0,50	-0,22	0
0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	-0,15	0	0,00	0,00	0,06	0,01	0,11	-0,05	0
0,00	0,00	0,14	0,13	0,25	0,03	0	0,00	0,00	0,00	0,14	0,32	-0,18	0
0,00	0,00	0,00	0,00	0,66	-0,75	0	0,00	0,00	0,16	0,13	0,15	0,16	1
0,00	0,00	0,04	0,03	0,34	-0,31	0	0,00	0,00	0,14	0,13	0,23	0,06	1
0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	-0,03	0	0,00	0,00	0,14	0,06	0,40	-0,23	0
0,00	0,00	0,17	0,01	1,07	-1,02	0	0,00	0,00	0,04	0,03	0,22	-0,17	0
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0	0,00	0,00	0,00	0,19	0,39	-0,19	0
0,00	0,00	0,00	0,00	2,05	-2,31	0	0,00	0,00	0,14	0,07	0,48	-0,30	0
0,00	0,00	0,00	0,01	0,04	-0,03	0	0,00	0,00	0,02	0,00	0,11	-0,09	0
0,00	0,00	0,39	0,07	1,84	-1,60	0	0,00	0,00	0,10	0,00	0,13	-0,04	0
0,00	0,00	0,38	0,21	0,32	0,31	1	0,00	0,00	0,07	0,00	0,19	-0,14	0
0,00	0,00	0,62	0,00	8,97	-9,50	0	0,00	0,00	0,16	0,00	0,30	-0,17	0
0,00	0,00	0,04	0,02	2,24	-2,46	0	0,00	0,00	0,00	0,02	0,24	-0,24	0
0,00	0,00	0,09	0,20	1,74	-1,60	0	0,00	0,00	0,00	0,13	0,34	-0,20	0
0,00	0,00	0,00	0,00	0,80	-0,89	0	0,00	0,00	0,13	0,20	0,21	0,16	1
0,00	0,00	0,02	0,01	0,60	-0,65	0	0,00	0,00	0,18	0,16	0,07	0,31	1
0,00	0,00	0,00	0,00	1,32	-1,49	0	0,00	0,00	0,10	0,16	0,19	0,10	1
0,00	0,00	0,11	0,07	0,56	-0,43	0	0,00	0,00	0,20	0,20	0,33	0,09	1
0,00	0,00	0,00	0,00	2,94	-3,32	0	0,00	0,00	0,06	0,19	0,17	0,13	1
0,00	0,00	0,06	0,04	0,49	-0,43	0	0,00	0,00	0,03	0,03	0,07	-0,01	0
0,00	0,00	0,12	0,15	0,60	-0,35	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,21	-0,24	0
0,00	0,00	0,09	0,10	0,91	-0,80	0	0,00	0,00	0,12	0,21	0,42	-0,07	0
0,00	0,00	0,27	0,08	0,73	-0,43	0	0,00	0,00	0,30	0,20	0,39	0,14	1
0,00	0,00	0,11	0,20	0,53	-0,23	0	0,00	0,00	0,10	0,05	0,17	-0,03	0
0,00	0,00	0,06	0,06	0,42	-0,33	0	0,00	0,00	0,04	0,08	0,19	-0,07	0
0,00	0,00	0,25	0,29	1,11	-0,62	0	0,00	0,00	0,09	0,06	0,13	0,03	0
0,00	0,00	0,04	0,00	3,97	-4,45	0	0,00	0,00	0,12	0,12	0,31	-0,06	0
0,00	0,00	0,00	0,00	75,73	-85,49	0	0,00	0,00	0,29	0,00	0,32	-0,07	0
0,00	0,00	0,11	0,22	0,32	0,04	0	0,00	0,00	0,24	0,18	0,18	0,28	1

Fonte. Dados da pesquisa, 2021

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Observa-se que no modelo de Elizabetsky o poder classificatório para as empresas "0" foi de 96,67% e, para as empresas "1", houve classificação correta de apenas de 30%, portanto, o modelo atingiu 63,33% de classificação correta da amostra.

O próximo Modelo foi o de Matias cujo ponto crítico é zero e a função discriminante é: $Z = 23,792X_1 - 8,260X_2 - 8,868X_3 - 0,764X_4 + 0,535X_5 + 9,912X_6$, e os resultados estão demonstrados na tabela 15.

Tabela 15 Amostra de Variáveis Independentes na Função de Matias

		Companhias Insolventes – "0"							Companhias Solventes – "1"						
X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Escore	Classificação	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Escore	Classificação
-11,22	0,78	0,74	0,04	0,00	0,00	-280,03	0	0,20	0,00	0,11	1,20	0,00	0,00	2,90	1
-0,24	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	-5,66	0	0,35	0,11	0,01	1,32	0,00	0,00	6,33	1
-0,02	0,39	0,07	1,26	0,00	0,00	-5,28	0	0,18	0,22	0,15	0,78	0,00	0,00	0,57	1
-26,78	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	-637,37	0	0,03	0,43	0,05	0,96	0,00	0,00	-4,13	0
-1362,32	0,00	0,00	1,31	0,00	0,00	-32413,34	0	0,58	0,22	0,05	1,81	0,00	0,00	10,15	1
-1,75	8,78	0,01	0,02	0,00	0,00	-114,40	0	0,41	0,00	0,29	1,69	0,00	0,00	5,80	1
-0,11	3,50	0,01	0,06	0,00	0,00	-31,71	0	0,51	0,00	0,29	0,97	0,00	0,00	8,85	1
-0,39	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00	-10,36	0	0,37	0,01	0,02	2,30	0,00	0,00	6,86	1
-0,01	0,27	0,09	0,68	0,00	0,00	-3,72	0	0,57	0,00	0,00	6,30	0,00	0,00	8,63	1
-1,37	0,48	0,01	1,83	0,00	0,00	-38,00	0	0,73	0,04	0,00	1,15	0,00	0,00	16,19	1
-0,91	0,04	0,15	0,29	0,00	0,00	-23,40	0	0,70	0,00	0,01	2,37	0,00	0,00	14,83	1
-1,47	0,00	0,00	44,67	0,00	0,00	-69,14	0	0,20	0,16	0,07	1,41	0,00	0,00	1,70	1
-0,13	0,00	0,16	0,68	0,00	0,00	-5,05	0	0,48	0,04	0,01	2,07	0,00	0,00	9,43	1
-8,31	0,00	0,02	0,02	0,00	0,00	-197,79	0	0,26	0,08	0,06	1,76	0,00	0,00	3,65	1
-1,68	0,00	0,01	0,78	0,00	0,00	-40,53	0	0,22	0,00	0,15	1,19	0,00	0,00	2,97	1
-0,01	0,00	0,03	0,48	0,00	0,00	-0,97	0	0,36	0,22	0,09	1,69	0,00	0,00	4,58	1
-1,19	1,67	0,15	0,25	0,00	0,00	-43,67	0	0,61	0,13	0,05	2,12	0,00	0,00	11,31	1
-0,03	0,00	0,00	0,19	0,00	0,00	-0,87	0	0,39	0,16	0,05	2,82	0,00	0,00	5,42	1
-27,48	0,00	0,33	0,00	0,00	0,00	-656,74	0	0,53	0,04	0,06	2,24	0,00	0,00	9,96	1
-1,11	0,00	0,01	0,49	0,00	0,00	-26,77	0	0,34	0,44	0,07	0,79	0,00	0,00	3,24	1
-0,44	0,97	0,17	0,57	0,00	0,00	-20,41	0	0,26	1,06	0,03	0,52	0,00	0,00	-3,16	0
-0,28	0,24	0,27	0,64	-0,02	0,00	-11,51	0	0,34	0,34	0,09	1,41	0,00	0,00	3,47	1
-0,96	0,07	0,07	2,02	0,00	0,00	-25,70	0	0,61	0,00	0,01	1,80	0,97	0,00	13,48	1
-0,63	0,03	0,12	1,95	0,00	0,00	-17,82	0	0,23	0,06	0,11	1,99	0,00	0,00	2,41	1
-7,99	4,79	1,34	0,01	0,00	0,00	-241,60	0	0,80	0,01	0,10	3,03	0,00	0,00	15,82	1
-1,63	7,66	0,37	0,03	0,00	0,00	-105,44	0	0,81	0,00	0,02	6,20	0,00	0,00	14,21	1
-1,58	0,72	0,34	0,19	0,00	0,00	-46,80	0	0,69	0,25	0,06	1,67	0,00	0,00	12,45	1
-38,79	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	-922,98	0	0,48	0,49	0,07	1,36	0,00	0,00	5,79	1
-77,69	0,00	0,00	0,00	-30,74	0,00	-1864,84	0	0,79	0,00	0,10	3,71	0,00	0,00	14,96	1
0,02	0,21	0,15	1,51	0,00	0,00	-3,75	0	0,39	0,00	0,28	1,37	0,00	0,00	5,82	1

Fonte. Dados da pesquisa, 2021

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

O modelo de Matias classificou corretamente 100% das companhias insolventes e apenas duas entre as solventes foram classificadas incorretamente, obtendo índice de 93,33% de classificação correta. Portanto, a função de Matias teve o poder discriminatório de 96,67%.

Por fim, o resultado do estudo de comparação dos modelos desenvolvidos por Altman com as funções discriminantes Z_1 e Z_2 , que são: $Z_1 = -1,44 + 4,03X_2 + 2,25X_3 + 0,14X_4 + 0,42X_5$ e $Z_2 = -1,84 - 0,51X_1 + 6,32X_3 + 0,71X_4 + 0,52X_5$, e estão demonstrados na tabela 16.

Tabela 16 Amostra de Variáveis Independentes nas Funções de Altman Funções Z_1 e Z_2

Companhias Insolventes – "0"					Escore		Classificação		Companhias Solventes – "1"					Escore		Classificação	
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Z_1	Z_2	Z_1	Z_2	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Z_1	Z_2	Z_1	Z_2
-10,07	-46,02	-0,30	-0,92	0,00	-187,71	0,75	0	1	0,10	0,30	0,22	0,25	0,00	0,29	-0,35	1	0
-0,13	-1,74	-0,08	-0,19	0,00	-8,66	-2,43	0	0	0,04	0,35	0,08	0,55	0,00	0,23	-0,99	1	0
0,25	-2,40	0,11	-0,49	0,00	-10,92	-1,61	0	0	-0,01	0,51	0,07	1,05	0,00	0,92	-0,67	1	0
0,21	-20306,91	-129,17	-1,00	0,00	-82129,04	-819,01	0	0	0,31	0,80	0,05	4,07	0,00	2,49	1,23	1	1
0,09	-0,05	0,07	-0,02	0,00	-1,48	-1,45	0	0	0,19	0,58	0,14	1,38	0,00	1,41	-0,07	1	0
-0,03	-64,72	-1,97	-0,96	0,00	-266,82	-14,95	0	0	-0,09	0,09	0,07	0,22	0,00	-0,88	-1,16	0	0
-0,76	-1,62	-0,13	-0,48	0,00	-8,35	-2,64	0	0	-0,01	-0,11	0,06	0,03	0,00	-1,73	-1,44	0	0
0,03	-3,79	0,06	-0,60	0,00	-16,67	-1,91	0	0	0,27	0,41	0,07	0,68	0,00	0,45	-1,05	1	0
-2,04	-64,93	-3,36	-0,96	0,00	-270,81	-22,71	0	0	0,18	0,39	0,08	0,65	0,00	0,42	-0,94	1	0
-0,03	-0,08	-0,02	-0,03	0,00	-1,80	-1,95	0	0	0,11	0,48	0,08	0,92	0,00	0,81	-0,71	1	0
-0,94	-2,33	-0,08	-0,53	0,00	-11,06	-2,24	0	0	0,10	0,26	0,10	0,35	0,00	-0,11	-0,99	0	0
0,30	-1,57	0,08	-0,39	0,00	-7,64	-1,78	0	0	0,25	0,70	0,05	2,36	0,00	1,83	0,01	1	1
-8,85	-18,15	-0,02	-0,89	0,00	-74,75	1,89	0	1	-0,06	0,34	0,05	0,52	0,00	0,12	-1,13	1	0
-2,17	-3,40	-0,03	-0,62	0,00	-15,32	-1,37	0	0	-0,12	0,26	0,07	0,35	0,00	-0,17	-1,06	0	0
-1,42	-3,28	0,13	-0,61	0,00	-14,45	-0,70	0	0	0,14	0,34	0,05	0,52	0,00	0,14	-1,20	1	0
-0,78	-5,76	-0,20	-0,64	0,00	-25,18	-3,15	0	0	0,21	0,03	0,35	0,30	0,00	-0,50	0,50	0	1
-0,57	-0,76	-0,07	-0,10	0,00	-4,69	-2,08	0	0	0,39	0,81	0,01	4,14	0,00	2,40	0,94	1	1
-1,31	-7,11	-0,56	-0,28	0,00	-31,38	-4,93	0	0	0,13	0,71	0,03	2,19	0,00	1,80	-0,18	1	0
-0,18	-0,13	-0,30	-0,12	0,00	-2,66	-3,72	0	0	0,12	0,48	0,06	0,93	0,00	0,77	-0,87	1	0
-2,89	-23,05	0,18	-0,89	0,00	-94,05	0,13	0	1	0,22	0,37	0,05	0,60	0,00	0,26	-1,20	1	0
-0,11	-8,36	0,00	-0,63	0,00	-35,24	-2,26	0	0	0,36	0,57	0,11	1,31	0,00	1,27	-0,40	1	0
-0,31	-0,22	0,16	-0,01	0,00	-1,99	-0,69	0	0	0,03	0,73	0,10	2,73	0,00	2,11	0,71	1	1
-0,68	-2,77	-0,08	-0,54	0,00	-12,84	-2,37	0	0	0,08	0,22	0,17	0,28	0,00	-0,15	-0,62	0	0
-0,31	-2,39	0,10	-0,31	0,00	-10,88	-1,27	0	0	0,27	0,36	0,11	0,55	0,00	0,31	-0,92	1	0
-0,17	-0,83	0,04	-0,01	0,00	-4,71	-1,51	0	0	0,19	0,61	0,05	1,55	0,00	1,35	-0,49	1	0
0,35	-3,08	0,08	-0,58	0,00	-13,76	-1,95	0	0	0,35	0,39	0,08	0,64	0,00	0,41	-1,05	1	0
-0,40	-1,85	0,06	-0,22	0,00	-8,81	-1,40	0	0	0,16	0,53	0,08	1,12	0,00	1,03	-0,61	1	0
-3,93	-79,89	0,07	-0,97	0,00	-323,36	-0,06	0	0	0,13	0,20	0,03	0,25	0,00	-0,52	-1,52	0	0
-75,58	-157,94	-0,78	-0,99	0,00	-639,84	31,07	0	1	0,26	0,30	0,23	1,53	0,00	0,49	0,56	1	1
0,16	-0,36	-0,10	0,02	0,00	-3,09	-2,52	0	0	0,49	0,79	0,10	3,68	0,00	2,46	1,14	1	1

Fonte: Dados da pesquisa, 2021

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Observando os grifos na tabela 16 observa-se que a Função Z_1 classificou corretamente 100% das empresas insolventes e, classificou corretamente apenas 23 empresas solventes o que corresponde a 76,67% de acerto. Portanto, a Função Z_1 de Altman teve o poder classificatório de 88,33% do total da amostra.

Quando a Função Z_2 , esta classificou corretamente 26 das empresas insolventes e obteve 86,67% de acerto. No entanto, quanto às empresas solventes o índice foi de 23,33%. Dessa forma, a função Z_2 classificou corretamente 55% da amostra.

Para efeito de comparação a Tabela 17 apresenta os resultados de cada modelo.

Tabela 17 Classificação dos Modelos

Kanitz	96,67 %
Matias	96,67 %
Aranha & Gondrige	93,33 %
Altman Z_1	88,33 %
Elizabetsky	63,33 %
Altman Z_2	55,00 %

Fonte: o Autor, 2021

Observando a tabela 17, nota-se que o **Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige** apresentou poder de discriminação a nível dos de Kanitz e Matias.

5 Considerações Finais

Os resultados alcançados pelo **Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige** apresentam um poder explicativo de 90%, ou seja, há um elevado poder de separar empresas insolventes das solventes. Quando submetido a teste de validação, o índice de acerto foi de 95%. Ao compará-lo com os modelos existentes, obteve sucesso de 93,33%, superando os modelos de Altman e de Elizabetsky, e posicionando-se em uma faixa próxima aos de Kanitz e Matias, que obtiveram ambos 96,67% de classificação correta.

Os resultados obtidos pelo Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige estão no nível dos principais modelos existentes, pois estatisticamente classificou 90% dos dados da amostra e, quando submetido à validação obteve 95% de precisão, portanto, considera-se um modelo eficiente, robusto e com elevado grau de discriminação.

Dessa forma, a pesquisa atingiu os objetivos propostos e, de futuro espera-se que o estudo contribua para a discussão acerca dos modelos proporcionando resultados que servirão de base para próximas pesquisas. Com o propósito aferir ainda mais a capacidade de prever insolvência, a função discriminante desenvolvida deverá testada com outras amostras bem como comparar os resultados com os modelos anteriores, como os de Altman, Elizabetsky, Kanitz, Matias e Pereira, dentre outros.

6 Referências

- Altman, E.I. **Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy**. The Journal of Finance, Vol. 23, No. 4. (Sep. 1968), pp. 589-609.
- Altman. E.I.; Baidya, T. K. N.; Dias, L. R. **Previsão de Problemas Financeiros em Empresas**. (1978). Revista Administração de Empresas – RAE - Rio de Janeiro.
- Aranha, J. A. M & Lins Filho, O. S. (2005). **Modelos de previsão de insolvências: o termômetro de Kanitz na avaliação de empresas do setor de aviação comercial**. Anais V Jornada Científica do Centro-Oeste de Economia e Administração, Campo Grande, MS, Brasil, UFMS.
- Bolsa, Brasil, Balcão – B3. **Dados da amostra**. Acessado em: 20 junho, 2021, de http://www.b3.com.br/pt_br/.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

- Comissão de Valores Mobiliários – CVM. **Dados da amostra**. Acessado em: 10 junho, 2021, de <http://sistemas.cvm.gov.br/>.
- Corrar, L. J.; Paulo, E & Dias Filho, J. M. (2014). **Análise Multivariada**. São Paulo: Atlas.
- Creswell, J. W. (2007). **Projeto de Pesquisa. Métodos qualitativos, quantitativos e misto**. 2. ed. Porto Alegre.
- Economática: **Banco de Dados**. Acessado em: 05 jun. 2021, de <http://www.economatica.com>.
- Fávero, L. P; Belfiore, P; Silva, F. L.da; Chan, B. L. (2009). **Análise de dados: modelagem multivariada para tomada de decisões**. Rio de Janeiro: Câmpus.
- Gil, A. C. (2002). **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas.
- Gujarati, D. N.& Porter, D. C.**Econometria básica**. (2011). Porto alegre: Bookman. Tradução Denise Durante, Mônica Rosemberg, Maria Lúcia G. L. Rosa – 5. ed.
- Hair, J.F.; Anderson, R. E.; Tatham, R.L.; Black, W. C. (2009). **Análise multivariada de dados**. Porto Alegre: Bookman. Tradução da 6. ed. americana por Adonai Schlup Sant’Anna e Anselmo Chaves Neto.
- IBM SPSS Statistics Versão: 28.0.0.0 (190).
- Kanitz, S. C. **Como Prever Falências de Empresas**. (1974). Revista Exame, dez..
- Kassai, J. R.& Kassai, S. P.C. (1999). **Desvendando o termômetro de insolvência de Kanitz**. Anais. Ribeirão Preto: FEA-USP.
- Maroco, J. (2003). **Análise estatística: com a utilização do SPSS**. Lisboa Sílabo.
- Matarazzo, D.C. (2010). **Análise financeira de balanços**. 7.ed. São Paulo: Atlas
- Mingoti, S. A. (2013). **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. 2. impressão. Belo Horizonte: UFMG.
- Nascimento, S.; Pereira, A. M.; Hoeltgebaum, M.(2010). **Aplicação dos Modelos de Previsão de Insolvências nas Grandes Empresas Aéreas Brasileiras**. Revista de Contabilidade do Mestrado em Ciências Contábeis da UERJ. v. 15 – n. 1
- Onusic, L.M.; Kassai, S.; Viana, A. B. N. (2004). **Comparação dos Resultados de Utilização de Análise por Envoltória de Dados e Regressão Logística em Modelos de Previsão de Insolvência: Um Estudo Aplicado a Empresas Brasileiras**. FACEF PESQUISA – v. 7 – n.1.
- Onusic, L. M; Casa Nova, S. P. C. & Almeida, F. C. (2007). **Modelos de Previsão de Insolvência Utilizando a Análise por Envoltória de Dados: Aplicação a Empresas Brasileiras**. RAC. 2. Ed. Especial.
- Pinheiro, T.L. E.; Santos, C. P.; Douglas Colauto, R. & Lima Pinheiro, J. (2007). **Validação de Modelos Brasileiro de Previsão de Insolvência**. Contabilidade Vista & Revista, vol. 18, n. 4, oct.-dic. pp. 83-103. Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
- Poueri, M. C. (2002). **Uma Análise de Modelos de Previsão: Estudo Exploratório Aplicado em Empresas Mineiras**. Dissertação Mestrado, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP, São Paulo, FEA/USP, Brasil.
- Ragsdale, C. T. (1995). **Spreadsheet modeling and decision analysis: a practical introduction to management Science**. Course Technology, Inc.
- Rebello, M. B. (2010). **Os modelos de previsão de insolvência: uma análise comparativa de seus resultados**. Dissertação Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Contabilidade da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, Brasil.
- Richardson, R. J. (2012). **Pesquisa Social: Métodos e Técnicas**. 3. ed. São Paulo: Atlas.
- Silva, J. P. (2016). **Gestão e análise de risco de crédito**. 9. ed. rev. e atual. São Paulo, SP: Cengage Learning.