



Carteiras de investimentos: elaboração de um portfólio estruturado

Resumo

O objeto do estudo é a proposição da construção de um portfólio diversificado com cinco ativos, voltado para a aposentadoria, com horizonte de investimento mínimo de 20 (vinte) anos. Adotando-se a LFT (Título do tesouro) como ativo livre de risco, utilizou-se do modelo de covariância completa de Markowitz para criação de uma carteira P com os ativos de risco IMAB11, BOVV11, SMAL11 e ouro (ativos com risco). Concluiu-se que o modelo foi eficiente ao ponto da carteira P apresentar desvio-padrão menor do que a maioria dos ativos de risco. Assim, foram sugeridas três carteiras diversificadas, uma para cada nível de tolerância ao risco do investidor. Comprovou-se que o modelo de covariância completa de Markowitz foi eficiente ao ponto de apresentar uma carteira ótima de risco (P), com desvio-padrão menor do que a maioria dos ativos de risco, com exceção para o ETF IMAB11; o retorno esperado foi bem superior ao mesmo, constatando-se a eficiência do modelo proposto. Assim, utilizar uma carteira de investimentos diversificada é uma boa estratégia para quem deseja se preparar para a aposentadoria.

Palavras-chave: Portfólio, Risco, Carteira de investimentos.

1. INTRODUÇÃO

O crescente interesse pelo tema aposentadoria no Brasil tem sido um reflexo do aumento da expectativa de vida média da década de 1940 até o ano de 2016. Houve um incremento na expectativa de vida do brasileiro de aproximadamente 30 (trinta) anos, ao longo de pouco mais de 75 (setenta e cinco) anos. Uma maior longevidade implica em maiores desafios econômicos, tanto para o governo, o qual deverá adequar as regras previdenciárias ante o aumento da expectativa de vida da população; quanto para os cidadãos, que deverão redimensionar suas poupanças para fazer frente às despesas do período de inatividade.

Segundo a *Aegon Center for Longevity and Retirement (ACLR)*, companhia que figura entre as principais fornecedoras mundiais de seguros de vida, pensões e gestão de ativos no mundo, com mais de 175 anos de atuação somente da Holanda, o conceito de preparação para a aposentadoria tem mudado rapidamente em todo o mundo (AEGON, 2019).

A ACLR ainda afirma que os planos de aposentadoria patrocinados por diversos governos estão sob severa tensão financeira, além do desaparecimento dos planos de benefícios definidos tradicionalmente oferecidos pelos empregadores na iniciativa privada. Espera-se, que os indivíduos assumam maiores riscos e responsabilidades crescentes para autofinanciar uma parcela maior de sua aposentadoria. Ao mesmo tempo, as pessoas encaram a aposentadoria como um estágio ativo da vida, desejando permanecerem socialmente conectados, envolvidos em suas comunidades, além de continuarem economicamente ativos.

O objetivo desse estudo é propor a construção de um portfólio diversificado com cinco ativos, voltado para a aposentadoria, com horizonte de investimento mínimo de 20 (vinte) anos. Este objetivo possui relevância frente aos atuais anseios de considerável parte da sociedade



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

economicamente ativa, na medida em que se busca, fazendo uso da Moderna Teoria dos Portfólios, elaborar três carteiras voltadas para a aposentadoria, uma para cada nível de tolerância ao risco dos investidores, com ativos disponíveis no mercado brasileiro, sem realizar operações de venda a descoberto, e horizonte de investimento o período de 20 (vinte) anos.

Assim, será elaborada a fronteira eficiente dos ativos de risco, partindo da análise das séries de retornos dos ativos financeiros a seguir elencados, no período de 1 (um) ano, de 1º/1/2019 até 31/12/2019, considerando os valores dos títulos no fechamento diário de cada pregão. Será tratada como medida de risco a matriz de covariância completa entre os ativos selecionados. Propõe-se estudar uma carteira composta predominantemente por Fundos de Investimento em Índice de Mercado (*Exchange Traded Fund* – ETF).

Os ativos escolhidos foram: i) **Título Público Tesouro Selic (LFT)**, ii) **ETF IMAB11**; iii) **ETF BOVV11**, iv) **ETF SMAL11** e v) **ÓRAMA OURO FUNDO DE INVESTIMENTO MULTIMERCADO**. O **Título Público Tesouro Selic**, antiga LFT, cujo termo passará a ser utilizado nesse estudo, sempre que for se referir ao papel, possui rentabilidade diária vinculada à taxa de juros básica da economia, a qual corresponde à taxa média das operações diárias com títulos públicos registrados no Sistema Especial de Liquidação e Custódia – SELIC (SILVA, 2018).

Para exposição ao risco sistêmico dos mercados de renda fixa e variável, foram selecionados o **ETF IMAB11**, composto de uma série de títulos públicos que pagam uma taxa prefixada acrescido da variação da inflação de diferentes prazos – acompanhando a variação do índice IMA-B (ANBIMA, 2020) – e os **ETFs BOVV11** e **SMAL11**, os quais buscam acompanhar a oscilação dos índices Ibovespa-IBOV e índice Sml, ambos da Brasil, Bolsa, Balcão S.A. – B3 (2020a e 2020b).

A escolha por ETFs se pautou na seleção de ativos financeiros que permitissem ao investidor uma exposição diversificada. Por meio de uma gestão passiva, estes fundos buscam replicar seus índices de referência, adquirindo no mercado os papéis que os integram, nas proporções por eles definidas (CVM, 2002).

Com relação à alíquota de 15% de IR, esta somente é aplicada neste patamar ao ETF de renda fixa IMAB11, caso o prazo médio de validade dos títulos em que esteja posicionada (encarteirados) seja superior a dois anos (SHINGAKI, 2016), como ocorre atualmente.

Por fim, selecionou-se o fundo **ÓRAMA OURO FUNDO DE INVESTIMENTO MULTIMERCADO**, o qual busca acompanhar a oscilação do preço do ouro no mercado, sem fazer hedge cambial. Ou seja, expõe-se duplamente às variações das *commodities* ouro (metal) e dólar americano – USD/BRL (moeda). Justifica-se a escolha deste último ativo no risco de mercado inerente dos papéis negociados diariamente no ambiente de bolsa de valores, refletido na volatilidade (ASSAF NETO, 2018). Com isso, selecionou-se este fundo com a finalidade de exercer a função de seguro.

Considerando a alta liquidez, além das diversas aplicações do metal ouro na indústria, este possui característica de reserva de valor em momentos de estresse (por exemplo, crises econômicas). Em tais situações, os mercados costumam direcionar sua força compradora para este ativo, cujo preço costuma aumentar frente a desvalorização das principais moedas internacionais (WANDERLEY, 2015).

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Durante a período de aposentadoria, é previsível que o cidadão tenha uma redução de seus proventos relacionados ao exercício da atividade profissional, na medida em que o mesmo passa da atividade para a inatividade propriamente dita. A referida redução de proventos é



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

acompanhada de um incremento nas despesas médicas com plano de saúde, consultas, exames, procedimentos hospitalares e medicamentos.

Diante desse problema, o estudo verifica se é possível a criação de um portfólio diversificado voltado para a aposentadoria, com apenas 5 (cinco) ativos, com um horizonte de investimento mínimo de 20 (vinte) anos. Inicialmente, a fim de desenvolver o tema, necessário pontuar que, no mercado financeiro, as decisões de investimento são tomadas em ambientes de total incerteza. O resultado da compra de um ativo de renda variável dependerá do seu comportamento no futuro (LIMA, 2018). Logo, os riscos nos investimentos são tão importantes para o investidor, quanto os retornos esperados. Todavia, não há teorias sobre os níveis de riscos que serão encontrados no futuro. Na melhor das hipóteses, o nível de risco futuro pode ser estimado com base nas experiências passadas (BODIE *et al*, 2015).

Assim, sempre que for possível quantificar essa incerteza, realizar esta previsão, tratar-se-á de uma medição de risco, pois o risco é uma medida quantitativa de variação positiva ou negativa nos retornos de uma ativo (LIMA, 2018). O autor cita o desvio-padrão e a volatilidade como duas medidas para o estudo do risco. A primeira mede a amplitude de variação em torno da tendência central do preço do ativo (em relação à média). Já a segunda representa o desvio-padrão dos retornos contínuos de uma série histórica.

Contudo, convém registrar aqui que as citadas medidas de risco servem apenas como referência, pois são calculadas a partir do comportamento passado dos ativos, as chamadas medidas históricas (LIMA, 2018). Focando agora no conjunto de ativos dentro de uma carteira e não somente no ativo em si, o trabalho de Harry Markowitz (1952), *Portfolio selection*, propôs uma grande alteração na forma de analisar o problema de formação de portfólios de ações, tendo inúmeros direcionamentos derivado de sua teoria, conjuntamente explorados por outros pesquisadores clássicos, tais como Sharpe (1964) e Lintner (1965), sendo a Moderna Teoria do Portfólio resultado destes trabalhos (ARAÚJO e MONTINI, 2011).

Em seu artigo de 1952 Markowitz descreve o processo de seleção de uma carteira de investimentos em duas etapas:

(...) O primeiro estágio começa com observação e experiência e termina com crenças sobre o desempenho futuro dos títulos disponíveis. A segunda etapa começa com as crenças relevantes sobre os desempenhos futuros e termina com a escolha do portfólio. Este artigo trata da segunda etapa. Primeiro, consideramos a regra de que o investidor maximiza (ou deveria) maximizar os retornos esperados, ou antecipados. Essa regra é rejeitada, tanto como uma hipótese para explicar, quanto como uma máxima para orientar o comportamento do investimento. Em seguida, consideraremos a regra de que o investidor deve (ou deveria) considerar o retorno esperado uma coisa desejável e a variação do retorno uma coisa indesejável. Essa regra tem muitos pontos positivos, tanto como máxima quanto como hipótese sobre o comportamento do investimento. Ilustramos geometricamente as relações entre crenças e a escolha do portfólio de acordo com a regra "retorno esperado - variação dos retornos".

Para Assaf Neto (2018), ao tratar do processo de avaliação de carteiras, este menciona a existência de três etapas de estudo: **(i) a análise dos títulos**, que trabalha com os fundamentos da avaliação de ativos, considerando seus desempenhos esperados, em que costuma-se encontrar o valor intrínseco de um título por descontar os fluxos futuros a uma taxa de

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

atratividade¹ definida pelo investidor; **(ii) a análise de carteiras**, que envolve projeções de retorno esperado e do risco de um conjunto de ativos, fazendo uso das ferramentas financeiras de avaliação, tomando como referência os valores determinados na etapa anterior, quando da análise de cada ativo; e **(iii) a seleção de carteiras**, estuda a melhor combinação possível entre os ativos analisados e sugere uma alocação de ativos dentro de uma carteira que maximize a satisfação do investidor, com relação ao risco e retorno esperados.

O autor apresenta um dos aspectos mais relevantes da teoria do portfólio, que diz respeito ao estudo da diversificação de ativos. O risco de um ativo individual é diferente de quando o mesmo é mantido dentro de uma carteira. Ao se aumentar a quantidade de ativos em uma dada carteira, de forma diversificada, o risco global tende a cair, porém a uma taxa decrescente. Assim, a partir de um certo número de ativos, a redução do risco cessa, conservado o portfólio, de forma sistemática, determinado nível de risco. Este é o denominado risco sistemático (ASSAF NETO, 2018).

Percebe-se ser constante a preocupação com a alocação eficiente do capital, durante o ato de montar carteiras de investimentos. Bodie *et al.* (2015) descrevem o processo de construção da carteira completa (*C*), partindo de uma seleção de vários ativos de risco, ou carteira de risco (*P*), acrescido de um ativo livre de risco (*F*). O modelo descrito naquela obra (otimização de carteira de Markowitz) será utilizado no presente trabalho, fazendo uso dos ativos financeiros apontados no capítulo anterior.

De acordo com os autores, inicialmente será montada a fronteira de variância mínima com os ativos de risco, em um gráfico do desvio-padrão pelo retorno esperado. O objetivo aqui é identificar no gráfico a fronteira eficiente de Markowitz, sendo esta a representação gráfica de todas as composições possíveis de carteiras de risco que maximizam o retorno esperado em cada nível de risco no gráfico. As carteiras situadas nesta fronteira eficiente são as escolhas lógicas feitas por parte dos investidores ditos racionais.

Posteriormente, será possível traçar a linha de alocação de capital (*Capital Allocation Line – CAL*), a qual permitirá a identificação da composição da carteira com a maior inclinação ou índice de Sharpe², quando esta intercepta tangencialmente a mencionada fronteira eficiente no ponto em que está localizada a carteira ótima de risco (*P*).

A inclinação da *CAL* consiste no índice de Sharpe da carteira de risco (S_p), o qual é calculado pela divisão do prêmio de risco, retorno esperado da carteira de risco – $E(r_p)$ subtraído do retorno do ativo livre de risco (r_f), pelo desvio padrão da carteira de risco (s_p), conforme expressão a seguir.

$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (1)$$

Com isso, obtém-se a “carteira completa apropriada maximizando o ativo isento de risco com a carteira de risco ótima”. Quanto à seleção do ativo livre de risco (*F*), em mercados emergentes, ainda não há consenso no meio acadêmico. Em síntese, conhecer exatamente o valor a ser auferido ao final do período de investimento é uma das principais característica do ativo livre de risco, pressupondo, desta forma, um desvio padrão do retorno do ativo igual a zero e, em via de consequência, um β igual a zero (SILVEIRA *et al.*, 2003).

¹ Segundo o autor, essa taxa de atratividade, exigida pelo investidor, deve consistir, quando do seu cálculo, de uma parcela referente à remuneração pelo risco do ativo e outra referente a uma operação classificada como livre de risco (por exemplo, o rendimento de um título público).

² Usado como forma de avaliar o desempenho de uma carteira, Lima (2018, p.60) interpreta o referido índice como uma maneira pela qual se permite aos investidores escolher a proporção de seus recursos aplicados em um ativo livre de risco e em uma carteira de risco, cuja proporção dos ativos de risco encontra-se na fronteira eficiente de Markowitz.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Para Assaf Neto (2017), o ativo *risk free* é rentabilizado por uma taxa de juros que visa remunerar somente a postergação do consumo, oferecendo um prêmio por esse adiamento, conhecido antecipadamente pelo investidor, o qual pressupõe um desvio-padrão nulo da taxa de retorno, além de admitir a inexistência de risco de não pagamento (*default*).

No Brasil, a parametrização desta taxa *risk free*, leva a maioria dos autores a sugerir os seguintes constructos (PICCOLI *et al.*, 2014): **taxa CDI, taxa Selic, remuneração da caderneta de poupança** ou **T-Bonds**. Já para Fraletti (2004, p.49), em países emergentes, sequer inexistente taxa doméstica livre de risco, pois sua estrutura de juros sempre embute o prêmio de risco país, sendo a curva dos juros dos títulos do tesouro norte-americano (*T-Bonds*) o referencial mínimo de risco para o mercado global.

Graças às competências de instituir tributos e de controlar a oferta de moeda (planejar e executar a política monetária), somente o Governo pode emitir obrigações isentas de risco de inadimplência (Bodie *et al.*, 2015). Sem adentrar mais profundamente ao tema da taxa livre de risco ideal para o mercado brasileiro, selecionou-se no presente trabalho a LFT como o ativo livre de risco. Considerado o papel com menor risco na economia local, gozando da garantia do Tesouro Nacional (ASSAF, 2018), sua rentabilidade é fixada segundo a variação da Taxa Selic que se trata de uma taxa *over*, válida para dias úteis, definida para operações com papéis (títulos públicos) emitidos pelo Governo Federal (registrados no SELIC), sendo admitida como a de mais baixo risco no mercado financeiro nacional, utilizada, ainda, como referência para as demais taxas do mercado local.

O autor afirma que em virtude de sua importância para a economia local, a taxa Selic regula o mercado interfinanceiro, fornecendo os parâmetros de formação da taxa CDI (ou taxa DI), cujo risco atribuído é menor ao daquela, em que a garantia da operação é um título privado emitido pelo tomador do recurso. No entanto, a diferença entre as duas taxas é marginal. Por exemplo, para um horizonte de tempo de igual amplitude daquele proposto no presente (20 anos), o prêmio total efetivo da Selic sobre o CDI foi de aproximadamente 0,06% ao ano³, no período de 1º/1/2000 até 31/12/2019.

3. FONTE DE DADOS E METODOLOGIA

As análises estatísticas e demais testes foram realizadas no software de pacote econométrico Eviews 10, com os dados tabulados no aplicativo Microsoft Excel. A cotação histórica diária no fechamento do pregão de cada ativo foi coletada nos sítios eletrônicos do Tesouro Direto (2020), Itaú Unibanco S.A. (2020c), Banco Central do Brasil (2020a), BM&FBovespa (2020) e CVM (2020). A fim de facilitar os cálculos, não foram considerados custos com tarifas, custódia, tributos, corretagem, entre outros inerentes ao mercado de capitais. As gestoras dos fundos selecionados não cobram taxa de performance.

Foi escolhida a LFT com vencimento em 1º/3/2023, pois era o título público indexado pela taxa Selic com maior prazo de vencimento, tendo sido negociado ao longo de todo o ano de 2019. Foram usados os valores referentes ao PU Compra Manhã. A referida amostra possuía, inicialmente, 251 observações.

Com relação ao ETF IMAB11, este somente iniciou sua negociação no mercado de bolsa em 20/5/2019. Por esta razão, considerando que seu objetivo é refletir a variação do índice IMA-B, optou-se por utilizar o referido *index*, no período anterior ao início das negociações do

³ Foram utilizadas as séries temporais diárias: 11 – Taxa de juros – Selic (Fonte: BCB-Demab) e 12 – Taxa juros – CDI (Fonte: Cetip), abrangendo um período de 20 anos, de 01/01/2000 até 31/12/2019 (BCB). A equação da Taxa de Juros Efetiva (ASSAF, 2016, p.23), $(i_t) = (1 + i)^q - 1$, desenvolvida de sua forma exponencial para que os fatores $(1 + i)$ representassem as respectivas taxas diárias do período levantado. Utilizando a função MULT do aplicativo Excel para Mac (versão 16.42), os fatores foram multiplicados, chegando-se ao valor da taxa de juros efetiva do período abrangido pelas séries de dados.

ETF. Ao todo, este ativo contabilizou 255 observações. Já a amostra inicial do Fundo de Ouro apresentou 255 observações, referente às cotas diárias. Por fim, as amostras das cotas de fechamento dos ETFs BOVV11 e SMAL11 apresentaram 249 observações.

Durante o ano de 2019, não houve pregão na B3 durante os feriados (25/1 – aniversário de São Paulo, 9/7 – Revolução Constitucionalista e 20/11 – Dia da Consciência Negra) e nas vésperas de Natal (24/12) e de Ano Novo (31/12). Ocorre que, durante estas datas, houve cotização do Fundo de Ouro e do índice IMA-B. Assim, para não prejudicar as análises com a presença de *missing data*, optou-se por desconsiderar qualquer valor de cota nas datas mencionadas. Ou seja, nas amostras foram consideradas somente as datas que apresentaram valores de cota para todos os cinco ativos.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS ENCONTRADOS

Feitas estas considerações iniciais, foram tabuladas as cotações de fechamento (*Preço*) em uma planilha, referente ao período de 28/12/2018 até 30/12/2019, sem linhas referentes às datas em que não houve pregão (sábados, domingos e feriados). Após, calculou-se o retorno contínuo diário dos ativos (R_t), log retornos, durante o ano de 2019, considerados os valores das cotas de fechamento diário (*Preço*), referente ao período de 28/12/2018 até 30/12/2019, dado por (LIMA, 2018):

$$R_t = \ln \left(\frac{\text{Preço}_t}{\text{Preço}_{t-1}} \right) \quad (2)$$

Ao final, a amostra de cada série contou com 248 observações (retornos contínuos diários). Para o cálculo da expressão (2), utilizou-se a função LN no Microsoft Excel. Alertam BODIE et al que, a princípio, a utilização de retornos contínuos, ao invés dos discretos, parece tratar-se de um incômodo matemático. Contudo, em verdade, sua utilização simplifica os cálculos do retorno esperado e risco, na medida em que o retorno total aumenta de maneira diretamente proporcional ao período t , sendo, portanto, mais simples do que trabalhar com os expoentes que surgem com a utilização da composição de retornos discretos. Em seguida, no Eviews, gerou-se os gráficos *Bloxplot* dos log retorno das séries, apontando a existência de ruídos (*outliers*).

Para identificação dos *outliers* nas amostras, usou-se a abordagem de cálculo dos limites inferior e superior, descrita em ANDERSON et al (2019, p.112), a partir dos valores do primeiro e do terceiro quartis (Q_1 e Q_3) e da amplitude interquartil (*IQR*). Para mitigar os efeitos dos *outliers*, sem reduzir a quantidade de observações das amostras, optou-se por utilizar a técnica de winsorização (*winsorizing*) a 1,0% na série OURO, a 2,0% na série IMAB11, a 2,5% nas séries LFT e SMAL11, e a 3,0% na série BOVV11.

Passando a tratar inicialmente das séries ajustadas de ativos de risco, como pode ser percebido na tabela 2, estas possuem médias muito próximas de zero, levemente assimétricas à esquerda (assimetria negativa), menores do que as medianas, com exceção da série OURO, a qual apresenta mediana menor do que a média. Quanto ao desvio-padrão (σ), com exceção da série IMAB11, as demais apresentaram valores compatíveis com uma distribuição normal, situando-se muito próximos de 1% (um por cento). A Tabela 1 traz os resultados da estatística descritiva.

Tabela 1 – Estatística descritiva das séries ajustadas

LFT	IMAB11	BOVV11	SMAL11	OURO
-----	--------	--------	--------	------

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Média (m)	0,000231	0,000769	0,001172	0,001887	0,000760
Mínimo	0,000171	-0,007815	-0,023168	-0,021496	-0,026744
Q1*	0,000210	-0,001237	-0,005255	-0,003806	-0,007495
Mediana - Q2	0,000246	0,000813	0,001823	0,001909	0,000214
Q3*	0,000247	0,003169	0,008938	0,009647	0,008417
Máximo	0,000248	0,008387	0,020529	0,022485	0,030900
Moda*	0,000248	0,000000	0,020529	-0,021496	0,030900
Desvio-padrão (s)	0,000023	0,003416	0,010403	0,010561	0,011604
Curtose	3,024,921	2,918,355	2,722,827	2,616,849	2,879,110
Assimetria	-1,151,122	-0,188194	-0,302134	-0,204775	0,128297
Soma	0,057165	0,190760	0,290662	0,467930	0,188479
Observações	248	248	248	248	248

Fonte: Elaboração própria.

Com a finalidade de verificação estatística do comportamento das séries, buscou-se analisar a normalidade e a estacionariedade por meio da aplicação de testes realizados no software Eviews. Observa-se na tabela 3 que os resultados do teste de normalidade aplicado nas séries de ativos de risco (Jarque-Bera) conduzem à impossibilidade de rejeição da hipótese nula (H_0), na medida em que o valor- p é razoavelmente alto, ao nível de significância α de, pelo menos, 10%, além de estarem as estatísticas Jarque-Bera (JB) situadas em valores muito baixos (SILVA, 2009). A Tabela 2 apresenta os resultados do teste Jarque-Bera.

Tabela 2 – Teste Jarque-Bera nas séries temporais ajustadas

	LFT	IMAB11	BOVV11	SMAL11	OURO
Jarque-Bera (JB)	54,776,440	1,532,783	4,566,974	3,250,195	0,831364
Valor-p	0,000000	0,464687	0,101928	0,196892	0,659890

Nota: Hipótese nula (H_0) rejeitada a 1%

Fonte: Elaboração própria.

Desta forma, considerou-se para os ativos de risco a normalidade aproximada na distribuição dos log retorno. As séries temporais devem ter covariâncias estacionárias, ou seja, devem possuir uma média e variância finitas e o processo estocástico de onde se originam não deve variar ao longo do tempo (SILVEIRA *et al.*, 2003).

Gujarati e Porter (2011) ressaltam que é importante identificar se uma série temporal é estacionária, pois, do contrário, não será possível generalizar os resultados encontrados no período de tempo estudado para outros períodos. Desta forma, a série temporal não estacionária possui pouco poder preditivo, limitando o seu valor prático. A estacionariedade de todas as

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

séries foi analisada por meio do teste para detecção de raízes unitárias de Dickey Fuller Aumentado (ADF), cujos resultados estão tabulados na tabela 3.

Tabela 3 – Teste ADF de raiz unitária nas séries temporais ajustadas

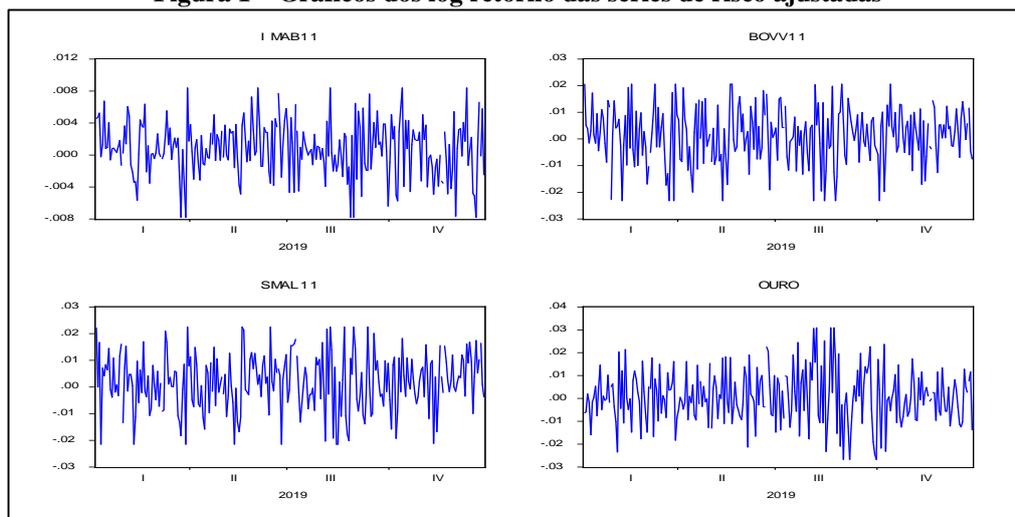
Série	Grau de integração (d)	Opção	Lag Máx.	Tau	1%	5%	10%	Valor-p	SIC
LFT	0	cte + tend	2	-2,541,541	-	-	-	0,3079	-2,059,325
LFT	1	cte	1	22,640,610	-	-	-	0,0000	-
IMAB11	0	cte	0	-1,566,855	-345,673	2,873,045	2,572,976	0,0000	-8,480,956
BOVV11	0	cte	0	-1,612,749	-345,673	2,873,045	2,572,976	0,0000	-6,263,665
SMAL11	0	cte	0	-1,504,462	-345,673	2,873,045	2,572,976	0,0000	-6,235,888
OURO	0	cte	0	-1,722,275	-345,673	2,873,045	2,572,976	0,0000	-6,041,474

Notas: Grau de integração (d) = se o teste foi realizado na série em nível (d=0), em 1ª diferença (d=1) ou em 2ª diferença (d=2); cte = com constante (intercepto); tend = com termo de tendência; Lag Máx. = defasagem máxima da variável dependente na equação de teste; Tau = Estatística - τ_m (tau-mi) ao utilizar a opção cte, Estatística - τ_t (tau-tau) ao utilizar a opção cte + tend; 1%, 5% e 10% = valores críticos tabulados para cada nível de significância pelo pacote econométrico Eviews, segundo McKinnon (1996); Valor-p = valor de prova associado ao valor da Estatística - Tau; SIC = critério de Schwarz.

Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente, analisou-se os gráficos presentes na Figura 1, optando-se por aplicar o teste somente com constante (intercepto) para as séries de ativos de risco, pois não se detectou tendência determinística aparente.

Figura 1 – Gráficos dos log retorno das séries de risco ajustadas



Fonte: Elaboração própria.

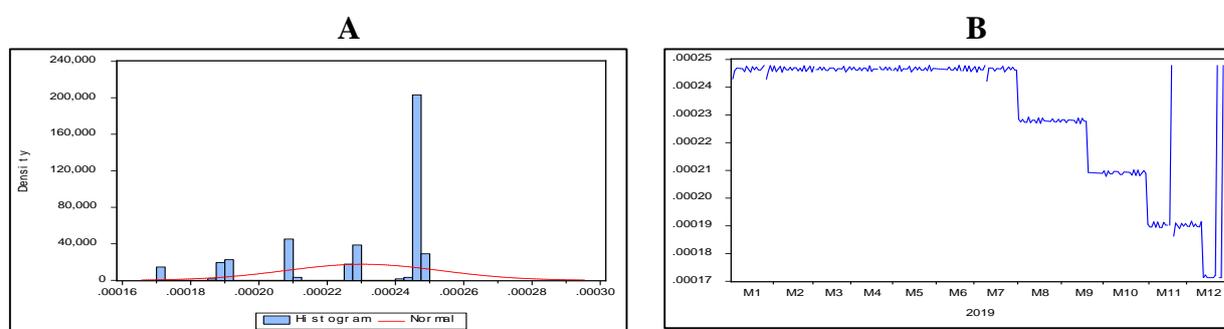
Após, buscou-se determinar o número máximo de lags, antes de se aplicar o teste propriamente dito, estimando-se diferentes opções da equação de teste (a partir de zero) e escolhendo aquele cujo Schwarz Info Criterion (SIC) atingiu o menor valor.

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Quanto aos ativos de risco, analisando-se os resultados apresentados, tanto pela sistemática da Estatística – τ_m (*tau-mi*)⁴, a qual apresentou valores menores do que qualquer um dos valores críticos apresentados, quanto pelo método da regra de decisão pelo valor- p ⁵, chegar-se-ia à mesma conclusão acerca da possibilidade de rejeição da hipótese nula (H_0) de existência de raiz unitária em todas as séries, concluindo-se pela inexistência de tendência estocástica. Associando-se os resultados do teste ADF com as características visuais dos gráficos (figura 4), conclui-se pela inexistência de qualquer tipo de tendência, típico de processos estacionários.

Quanto à série do ativo livre de risco (LFT), os dados na tabela 2 e na figura 5 apontam moderada assimétrica à esquerda (coeficiente de assimetria negativo), com média muito próxima de zero, apresentando valor menor do que a mediana. Desvio-padrão (σ) próximo de zero e curtose elevada, consequência do processo de winsorização o qual aumentou o peso das caudas, resultando em baixas evidência de uma distribuição normal. A Figura 2 apresenta o histograma e o gráfico do log retorno da série LFT ajustada.

Figura 2 – Histograma e gráfico do log retorno da série LFT ajustada



Fonte: Elaboração própria

O resultado do teste Jarque-Bera conduz à possibilidade de rejeição da hipótese nula (H_0), confirmando os dados apresentados na estatística descritiva, na medida em que o valor- p é inferior ao nível de significância α de 1% (ANDERSON et al, 2019, p.370), além do elevado valor da estatística Jarque-Bera (JB). O gráfico da figura 5 (painel B) evidencia uma tendência determinística na série, podendo estar acrescida de uma tendência estocástica ou de um processo estacionário. Desta forma, quando da realização do teste ADF, optou-se em realizá-lo com a opção constante (intercepto) e termo de tendência. O resultado apresentado na tabela 4, para a série em nível ($d = 0$), apresentou Estatística – t_t (*tau-tau*) em valor maior do que o valor crítico tabulado para o nível de significância de 10%, levando à não rejeição da hipótese nula (H_0).

Logo, admitindo-se a existência de um processo de diferença estacionária, pois ao se realizar a remoção da tendência através da primeira diferenciação ($d = 1$), obteve-se um processo estacionário, a aplicação do segundo teste ADF levou à rejeição da hipótese nula (H_0). Com isso, concluiu-se que a série dos log retornos do ativo livre de risco (LFT) segue um processo não estacionário, ante a presença de uma tendência determinística linear, acrescida de um componente estocástico – processo estocástico integrado de ordem 1 – $I(1)$.

As componentes determinística e estocástica (com memória longa) da série LFT podem ser explicadas por estarem os seus retornos fortemente relacionados com a oscilação da

⁴ Todos os valores apresentados da Estatística – τ_m (*tau-mi*) são menores do que os valores críticos constantes da tabela 4, tabulados para cada nível de significância (1%, 5% e 10%), segundo metodologia de McKinnon (Op. cit., p.14), levando à rejeição da hipótese nula (H_0).

⁵ Os valores de prova encontrados (valor- p) são muito próximo de zero, sendo inferiores a 0,01, o qual está associado a o nível de significância de 1%, levando à rejeição da hipótese nula (H_0).

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

taxa Selic, cuja meta anual é fixada nas reuniões do COPOM, como forma de execução da política monetária vigente à época de cada uma das reuniões (ASSAF NETO, 2018).

O ano de 2019 foi marcado por uma variação negativa de 2% na meta da taxa Selic, passando de 6,40% a.a para 4,40% a.a, com cortes de 50 pontos-bases nas reuniões ocorridas em 31/07, 18/09, 30/10 e 11/12 (BCB, 2020b). Assim, considerando a tendência de queda que estava presente durante todo o ano de 2019 (TAIAR e RIBEIRO, 2019), os referidos cortes na taxa poderiam ter ocorrido em datas aleatórias, dentre aquelas previstas no calendário de reuniões do COPOM. A matriz de correlação dos ativos é apresentada na tabela 4.

Tabela 4 – Matriz de correlação das séries históricas ajustadas

	LFT	IMAB11	BOVV11	SMAL11	OURO
LFT	1	0,116058	-0,039517	-0,074828	0,015381
IMAB11	0,116058	1	0,377552	0,361224	-0,134127
BOVV11	-0,039517	0,377552	1	0,779808	-0,263652
SMAL11	-0,074828	0,361224	0,779808	1	-0,211523
OURO	0,015381	-0,134127	-0,263652	-0,211523	1

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se que o ativo livre de risco (LFT) possui correlação próxima de zero com os ativos de risco, exceto com o ETF de renda fixa (IMAB11), consequência da utilização da taxa Selic como ferramenta de execução da política monetária para controlar a inflação (IPCA), anteriormente mencionada. O fundo de ouro, por sua vez, possui correlação negativa com os demais ativos de risco, comportamento esperado para um ativo que deve agir com a função de seguro dentro do portfólio de risco, o qual obterá benefícios com a diversificação.

Com relação às características de risco e retorno dos ativos individuais, como foi admitida a distribuição normal dos retornos contínuos dos ativos de risco, o retorno esperado $E(r)$ e o desvio-padrão (s) são suficientes para caracterizar a distribuição probabilística dos seus respectivos retornos. Assim, os valores apresentados na tabela 5, também chamados de coeficientes de correlação, resumem as relações estatísticas dos respectivos retornos esperados entre si. O retorno esperado nas séries temporais $E(r)$ foi estimado através da média aritmética (m) dos retornos contínuos dos ativos – $r(s)$, em que n corresponde à quantidade de observações de cada amostra, por meio de:

$$E(r) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n r(s) \quad (3)$$

O desvio-padrão (σ), como medida de risco, é a raiz quadrada da variância estimada ($\hat{\sigma}^2$):

$$\sigma = \sqrt{\hat{\sigma}^2} \quad (4)$$

Assim, os valores gerados pelo software Eviews foram transportados para a tabela 6 na forma de porcentagem. Importante mencionar que está sendo utilizada a média aritmética (m), ao invés da média geométrica, para estimar o desempenho futuro dos ativos – retorno esperado $E(r)$. A média geométrica deve ser utilizada apenas para medir o desempenho histórico, pois esta é, na verdade, “uma estimativa distorcida para baixo do retorno médio futuro extraída da mesma distribuição”.

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Silveira *et al.* (2003) afirma que uma correlação insignificante com o mercado e desvio-padrão dos retornos igualmente desprezíveis são características dos títulos livres de risco. A Tabela 5 apresenta o retorno esperado e risco dos ativos individuais.

Tabela 5 – Retorno esperado e risco dos ativos individuais

	Retorno Esperado – $E^{\text{®}}$	Risco (σ)
LFT	0,0231%	0,0023%
IMAB11	0,0769%	0,3416%
BOVV11	0,1172%	10403%
SMAL11	0,1887%	10561%
OURO	0,0760%	11604%

Fonte: Elaboração própria.

Ressalta-se que os retornos contínuos da série LFT não estão normalmente distribuídos, sendo, desta forma, o retorno esperado $E(r)$ e o desvio-padrão (s) insuficientes para caracterizar totalmente sua distribuição. Como já visto, a componente estocástica da série LFT ajuda a explicar o retorno esperado, ante a execução da política monetária por meio da oscilação da taxa Selic, cuja meta anual é fixada nas reuniões do COPOM. Evidencia-se, ainda, na tabela 6, maior retorno dos ativos que acompanham a oscilação dos índices Ibovespa-IBOV e índice Smll, ambos da Brasil, Bolsa, Balcão S.A. – B3, BOVV11 e SMAL11. Esta expectativa é associada a um maior risco, demonstrando a maior volatilidade daqueles. O fundo de ouro apresentou o maior risco entre todos os ativos, consequência da variação da *commodity* ouro no mercado internacional, acrescida da oscilação da moeda dólar americano contra o real – USD/BRL (ÓRAMA, 2020).

Passando para a construção do modelo de otimização de carteira de Markowitz, este se inicia com a identificação das combinações de risco-retorno entre os ativos que compõem a carteira de risco. Ou seja, segundo Bodie *et al.* (2015), determinar quais oportunidades de risco-retorno estão disponíveis ao investidor, resumida pela fronteira de variância mínima dos ativos de risco. Assim, fazendo uso da matriz de covariância dos ativos de risco apresentada na tabela 6 e da ferramenta de análise de dados Solver do Microsoft Excel, buscou-se encontrar a carteira de variância mínima dos ativos de risco, seguida da identificação da fronteira eficiente, seguindo a metodologia descrita em Bodie *et al.* (2015).

Tabela 6 – Matriz de covariância dos ativos do portfólio de risco

	IMAB11	BOVV11	SMAL11	OURO
IMAB11	0,0000116	0,0000134	0,0000130	- 0,0000053
BOVV11	0,0000134	0,0001080	0,0000853	- 0,0000317
SMAL11	0,0000130	0,0000853	0,0001110	- 0,0000258
OURO	- 0,0000053	- 0,0000317	- 0,0000258	0,0001340

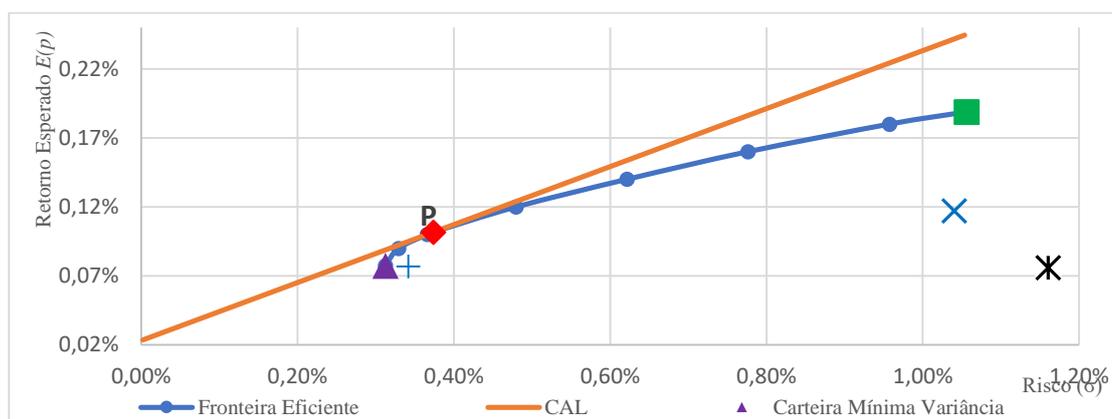
Fonte: Elaboração própria.

Para delimitar a fronteira eficiente das carteiras de risco, durante a utilização da ferramenta Solver, foi imposta em todas as simulações a restrição de não permitir vendas a

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

descoberto dos ativos de risco. Desta forma, não é possível haver carteiras compostas por ativos com pesos superiores a 1 ou negativos. Observa-se na Figura 3 que nenhum dos ativos de risco encontram-se à esquerda da fronteira de eficiência, decorrente desta vedação a operações vendidas. Também foi utilizada uma restrição de viabilidade para otimização das carteiras, impondo que o somatório dos pesos de todos os ativos de risco não pode ser superior a 1. Após encontrar a carteira com mínima variância, bem como identificar diversas outras carteiras otimizadas ao longo da fronteira eficiente, configurou-se a ferramenta Solver para identificar aquela com maior índice de Sharpe (S_p).

Figura 3 – Fronteira eficiente e CAL da carteira ótima de risco P



Fonte: Elaboração própria.

Esta última é a chamada carteira ótima (P) e sua posição na fronteira eficiente é tangente à CAL (*Capital Allocation Line*), cuja inclinação da linha corresponde ao referido índice de Sharpe. A representação gráfica destes componentes encontra-se na Figura 3. Convém lembrar, neste ponto, que as distribuições dos retornos $E(r)$ dos ativos de risco foram consideradas normais. Assim, quando ativos com retornos distribuídos normalmente são misturados em um portfólio, a propriedade da curva normal diz que o retorno esperado da carteira $E(r_p)$ é igualmente distribuído normalmente, permitindo, assim, avaliar o risco de cada carteira de risco (σ_p) como o desvio-padrão dos retornos.

Na figura 3, observa-se as três principais carteiras de risco localizadas ao longo da fronteira eficiente, cujos dados estatísticos de risco (σ_p) e retorno esperado $E(r_p)$, bem como os respectivos pesos de cada ativo. A carteira de mínima variância possui o menor risco de todas as carteiras de risco possíveis, sendo seu desvio-padrão (σ_p) inferior, inclusive, a todos os ativos que a compõe. Já a carteira de máxima variância possui as mesmas estatísticas de risco e retorno do ativo SMAL11. Isto se deve ao fato desta carteira ser formada exclusivamente por aquele ativo financeiro, pois ele é que possui o maior retorno esperado - $E(r)$.

Destaca-se que a utilização do índice de Sharpe (S_p) em uma carteira mono ativo é inadequada, contudo o único ativo na composição da carteira de maior variância consiste em um fundo composto por papéis das empresas de menor capitalização na B3 (2020). Ou seja, trata-se de um fundo composto por uma cesta de ativos de risco.

Tabela 8 – Estatísticas e composição das carteiras situadas na fronteira de eficiência

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

		Mínima Variância	Ótima	Máxima Variância
Estatística	Retorno Esperado - $E(r_p)$	0,0774%	0,1017%	0,1887%
	Risco (σ_p)	0,3123%	0,3739%	10536%
	Índice de Sharpe (S_p)	0,173909	0,210157	0,157181
Composição	IMAB11	87,49%	63,88%	0,00%
	BOVV11	1,39%	0,00%	0,00%
	SMAL11	0,05%	22,28%	100,00%
	OURO	11,08%	13,84%	0,00%

Fonte: Elaboração própria.

O segundo passo para a construção do modelo de otimização de carteira de Markowitz, consiste na introdução do ativo livre de risco para que possa ser traçada a *CAL*. Sua inclinação é dada pelo índice de Sharpe (S_p).

Por fim, deve ser escolhida a carteira completa (C), a qual encontra-se ao longo da *CAL*, na seção localizada entre o ativo livre de risco (F) e a carteira de risco ótima (P). A escolha da carteira completa (C) é feita por meio da definição da alocação de capital para a carteira de risco (y), sendo calculada através da divisão do prêmio de risco da carteira ótima de risco (P) pelo produto do coeficiente de aversão ao risco (A) pela variância da carteira de risco (s_p^2):

$$y = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p^2} \quad (5)$$

Observa-se em [7] que a alocação de capital na carteira de risco (y) é diretamente proporcional ao prêmio de risco e inversamente proporcional ao nível de aversão ao risco do investidor (A) e ao nível de risco da carteira de risco, com base na variância (s_p^2). Admitindo que toda a riqueza do investidor se encontra na carteira completa C , a fração desta que representa a riqueza em risco do investidor (carteira P) é determinada pelo coeficiente de aversão ao risco A e pelo índice de Sharpe da carteira de risco (S_p), calculado em [1].

Assim, serão montadas três carteiras completas, uma para cada nível de tolerância ao risco do investidor: **CONSERVADOR**, **MODERADO** e **ARROJADO**. Para ilustrar o presente trabalho, os coeficientes de aversão ao risco (A) considerados foram os de seguintes: **550** (conservador), **190** (moderado) e **75** (arrojado). Contudo, com o objetivo de permitir outros estudos futuros, consta no Apêndice A - Formulário de medição de tolerância ao risco do investidor.

Após preencher o referido documento, a pontuação final obtida corresponde ao coeficiente de aversão ao risco (A) aqui utilizado. O retorno de cada carteira completa, $E(r_c)$, é calculado pela taxa isenta de risco (r_f) acrescido da proporção y do prêmio de risco da carteira de risco, $E(r_p) - r_f$. O risco das carteiras completas, σ_c , são o produto da fração y da carteira de risco (P) dentro da carteira completa (C) pelo risco da carteira de risco, σ_p , (Bodie et al, 2015, p.156-157).

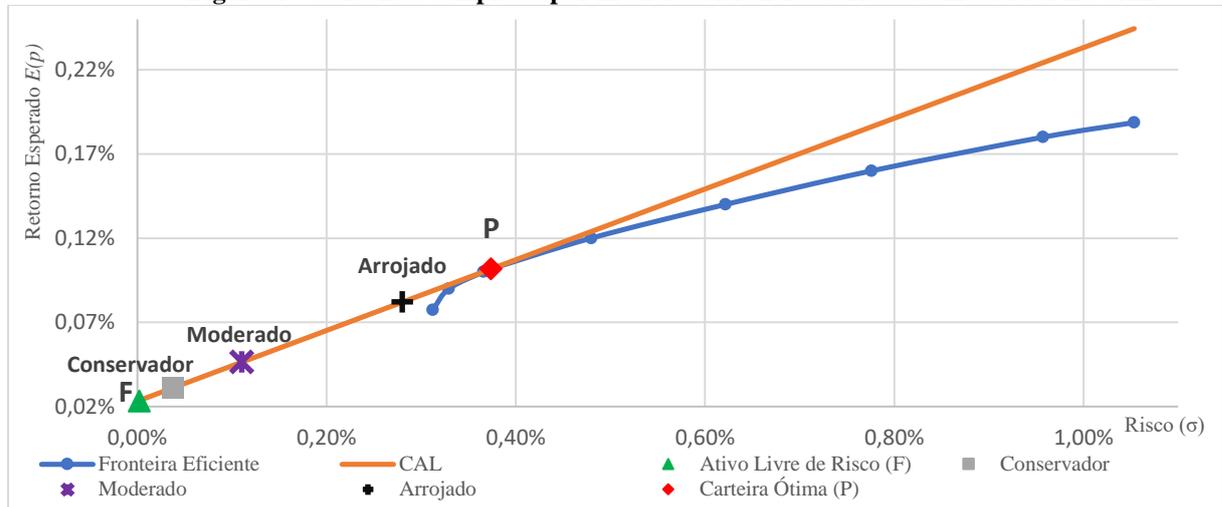
$$E(r_c) = r_f + y[E(r_p) - r_f] \quad (6)$$

$$\sigma_c = y\sigma_p \quad (7)$$

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

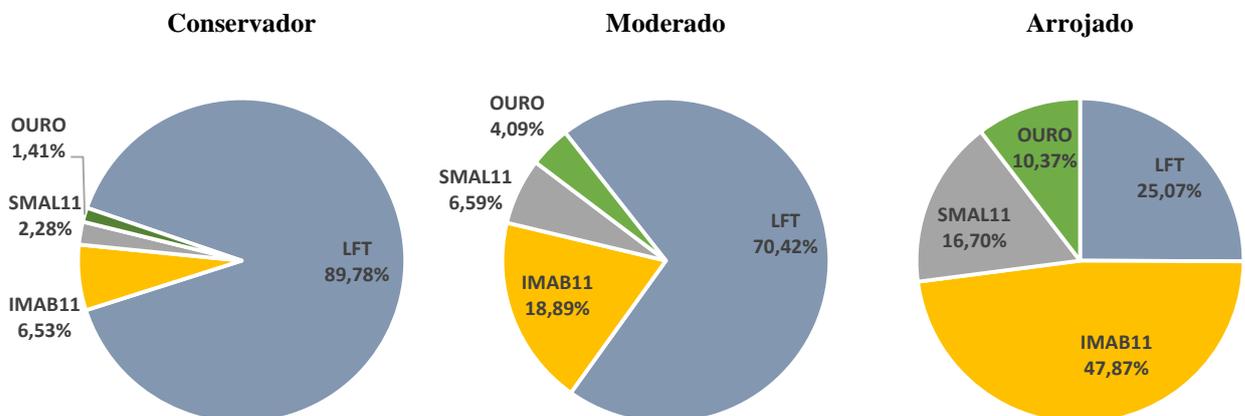
O gráfico da fronteira de eficiência e da CAL, contendo a indicação das três carteiras completas (C), encontram-se na Figura 4, suas respectivas composições estão na figura 8, além de estar na tabela 9, juntamente com os respectivos dados de alocação e estatísticos.

Figura 4 – Carteiras completas por nível de tolerância ao risco do investidor na CAL



A Figura 5 apresenta as proporções das carteiras completas por nível de tolerância ao risco do investidor

Figura 5 – Proporções das carteiras completas por nível de tolerância ao risco do investidor



Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 8 apresenta a alocação, estatística e composição das carteiras completas por nível de tolerância ao risco.

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

Tabela 8 – Alocação, estatística e composição das carteiras completas por nível de tolerância ao risco

		Conservador	Moderado	Arrojado
Alocação	A	550	190	75
	Carteira de Risco (y)	10,22%	29,58%	74,93%
	Ativo Livre de Risco (1 – y)	89,78%	70,42%	25,07%
Estatística	Retorno Esperado - $E(rc)$	0,03113%	0,04635%	0,08199%
	Risco (σ_c)	0,03821%	0,11061%	0,28021%
	Índice de Sharpe (S_c)	0,210157	0,210157	0,210157
Composição	LFT	89,78%	70,42%	25,07%
	IMAB11	6,53%	18,89%	47,87%
	BOVV11	0	0	0
	SMAL11	2,28%	6,59%	16,70%
	OURO	1,41%	4,09%	10,37%

Notas: O índice de Sharpe das carteiras completas (S_C) é o mesmo da carteira ótima (SP), pois todas situam-se ao longo da CAL; A = Coeficiente de Aversão ao Risco utilizado no presente trabalho.

Fonte: Elaboração própria.

Importante ressaltar nesse ponto que, apesar da elaboração das três carteiras apresentadas, o horizonte de investimento com o objetivo de criar um patrimônio voltado para aposentadoria possui um período mínimo de 20 (vinte) anos, devendo o investidor repetir o processo aqui descrito de tempos em tempos, a fim de adequar a composição de cada carteira ao comportamento que será apresentado pelos ativos (revisão estatística da carteira P), bem como ao seu nível de tolerância ao risco, o qual variará com o passar do tempo.

Quando da construção da carteira ótima de risco (P), o ativo BOVV11 teve sua participação zerada na respectiva carteira (tabela 7). O método utilizado e descrito no presente trabalho, ao levar em consideração as matrizes de correlação (tabela 5) e de covariância (tabela 7), acabou por concluir que a presença do referido ativo na carteira ótima de risco (P), em qualquer percentual, não traria nenhum benefício para a redução do risco geral.

Apesar disso, a posição zerada no ativo BOVV11 não restringiu os portfólios completos apresentados na figura 8 e na tabela 9, na medida em que nestes estão presentes as principais classes de ativos: **ações** (ETF que investe nos papéis de 96 *small-caps* brasileiras), **obrigações** (ETF que investe, de forma indireta, nos títulos públicos federais NTN-B, indexados ao IPCA) e ativo *risk free* (LFT), além do fundo multimercado de ouro não hedgeado, exposto à variação das *commodities* **ouro** (metal) e **dólar americano** – USD/BRL (moeda).

Após selecionar as três carteiras completas, posicionadas ao longo da CAL entre o ativo livre de risco (F) e a carteira ótima de risco (P), apresentadas na figura 7, estas evidenciaram o *trade-off* descrito por Bodie et al, entre o retorno esperado da carteira completa

São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

– $E(r_C)$ com o seu respectivo risco – s_C , pois, quanto maior a fração y da carteira de risco (P) na carteira completa (C), maior o referido retorno, porém, maior também o desvio-padrão.

Para o autor, esse *trade-off* é explicado como uma consequência das expressões [1] e [7]. Assim, um incremento no prêmio de risco (retorno) da carteira completa (C), gera um risco extra (desvio-padrão) da ordem inversa do índice de Sharpe - expressão [1], porque toda carteira localizada ao longo da *CAL* compartilha do mesmo índice de Sharpe (tabelas 8 e 9).

Na prática, o aumento do prêmio de risco da carteira conservadora para a moderada representa um aumento de 0,01522% no retorno esperado – $E(r_C)$. O reflexo deste aumento no risco da carteira (s_C) corresponde a um crescimento do desvio-padrão da carteira conservadora na ordem inversa do índice de Sharpe (0,210157), calculado por:

$$0,03821\% \times \frac{1}{0,210157} = 0,11061\% \quad (8)$$

O resultado (0,11061%) corresponde exatamente ao desvio-padrão da carteira moderada (tabela 9). Assim, quanto maior este índice de Sharpe, menor o crescimento do risco por cada unidade de elevação do retorno esperado da carteira completa, decorrente da alocação do ativo de risco dentro do portfólio final (escolha da fração y). A mencionada escolha da fração y compete ao investidor, o qual decidirá como alocará sua riqueza, entre o ativo livre de risco (F) e a carteira ótima de risco (P), de acordo com o seu nível de tolerância ao risco: conservador, moderado ou arrojado. Quanto maior a fração alocada da carteira de risco dentro da carteira completa, mais ela se desloca na *CAL*, aproximando-se da carteira ótima de risco (P), conforme pode ser visto na figura 7.

Segundo Bodie *et al.* (2015), essa distribuição do orçamento de investimento entre uma variedade de ativos para restringir o risco global da carteira é o ato de diversificar um portfólio de investimentos, sendo que o potencial benéfico da diversificação é incrementado quando ativos correlacionados negativamente são inseridos na carteira. Exemplo, aqui, do fundo de ouro, o qual possui uma baixa correlação (negativa) entre os demais ativos de risco da carteira, conforme tabela 5.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos últimos anos, houve um aumento a expectativa de vida do brasileiro. Com isso, aumentou também a preocupação com a aposentadoria. Assim, o presente estudo buscou propor uma carteira de investimentos diversificada como uma forma de que as pessoas possam se preparar para a aposentadoria.

Nesse estudo, comprovou-se que o modelo de covariância completa de Markowitz foi eficiente ao ponto de apresentar uma carteira ótima de risco (P), com desvio-padrão (σ_p) menor do que a maioria dos ativos de risco, com exceção para o ETF IMAB11. Contudo, o retorno esperado, foi bem superior ao mesmo, constatando-se a eficiência do modelo.

Quanto ao questionamento proposto acerca da eventual possibilidade ao brasileiro médio montar um portfólio diversificado voltado para a aposentadoria com apenas 5 (cinco) ativos, o trabalho chegou a uma resposta afirmativa. A referida conclusão é confirmada com o fato de os portfólios sugeridos serem formados por ativos diversificados (ativo livre de risco, fundos de índices de diferentes mercados – ETFs e ouro), além de terem apresentado desvio-padrão inferior à maioria dos ativos individualmente, como restou demonstrado.

Por fim, todos os ativos são acessíveis a investidores não qualificados, não havendo qualquer impedimento para os estes sejam adquiridos por meio de corretoras de valores mobiliários. Como estratégia de investimento, cujo objetivo é construir patrimônio suficiente



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

para a inatividade (aposentadoria), considerando um horizonte de tempo de 20 (vinte) anos, além dos aportes mensais, sugere-se a execução do processo apresentado por CAGAN e LARIVIERE (2017) que consiste em: **i)** uma vez por ano, analisar a alocação entre os ativos da carteira, rodando novamente o modelo apresentado no presente trabalho; **ii)** caso a tolerância ao risco do investidor tenha se alterado em relação ao último ano, selecionar a carteira completa com o nível de exposição ao risco adequada; e **iii)** proceder com o balanceamento da carteira completa, obedecendo as novas proporções para cada ativo dentro da carteira.

Em via de conclusão, ressalte-se que a normalidade confirmada pelo teste de Jarque-Bera nas séries de risco (tabela 3), apenas foi constatada após os ajustes decorrentes da aplicação do logaritmo natural nos retornos diários, bem como do tratamento dos *outliers* por meio da técnica da winsorização. Isso se deve ao fato de que a maior parte dos dados e indicadores econômico-financeiros apresentam não-normalidade nas distribuições dos seus retornos (OLIVEIRA e ZIEGELMANN, 2010).

Em economia e finanças, muitos estudos replicam os mesmos testes realizados em pesquisas anteriores, porque não há a normalidade nas séries temporais das amostras estudadas. Logo, o resultado da análise feita no presente trabalho somente é válida para aquela amostra, com aqueles ativos, com as variáveis aqui estudadas. Pois, na área de ciências sociais aplicadas, onde se encontra as Finanças, não é possível generalizar os resultados.

Em tempo, BODIE *et al.* (2015) sugere que diversos gestores estão deixando de utilizar o modelo de construção de carteira de Markowitz, aqui trabalhado, optando pelo modelo de índice. O autor cita como pontos negativos do modelo de Markowitz a necessidade de uma grande quantidade de estimativas para preencher a matriz de covariância, além de o modelo não oferecer uma orientação robusta para a previsão de prêmio de riscos dos títulos.

Como sugestão para novos estudos, a replicação deste trabalho fazendo uso do modelo de índice para construção de uma carteira diversificada e voltada para a aposentadoria, oportunizará a constatação de eventuais diferenças na fronteira de eficiência dos dois modelos, do tratamento do ativo BOVV11, bem como a eventual diferente composição dos demais ativos dentro das carteiras completas (C), podendo rodar, inclusive, métodos de previsão (*forecast*) do patrimônio acumulado no futuro das carteiras geradas por cada modelo.

REFERÊNCIAS

Aegon center for longevity and retirement – ACLR. ACLT fact file June 2019: Disponível em: <https://www.aegon.com/contentassets/f4e161eac4a94e32987808565c4cd3d5/fact-sheet-aegon-center-for-longevity-and-retirement-june-2019.pdf>.

Acesso em 26 de julho de 2020.

ARAÚJO, A. C.; MONTINI, A. A. **Teoria do portfólio: comparações entre modelos alternativos para alocação de recursos em ativos de risco**. XXXV Encontro da Associação Brasileira dos Programas de Pós-graduação em Administração - ANPAD, 2011.

ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 14. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

ASSAF NETO, A. **Valuation. Métricas de Valor & Avaliação de Empresas**. 2. ed. São Paulo: Grupo GEN, 2017.

Associação brasileira das entidades dos mercados financeiro e de capitais – ANBIMA. Índices de mercado ANBIMA: IMA-B. Jul 2020. Disponível em: https://www.anbima.com.br/data/files/A7/64/C2/96/D65FE610DC784BE6192BA2A8/IMA_B_Lamina.pdf. Acesso em 9 de agosto de 2020.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

- BODIE, Z.; K.; ALEX; M.; ALAN J. **Investimentos**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2015.____.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria Básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- Instituto brasileiro de geografia e estatística – IBGE. Tábua completa de mortalidade para o Brasil – 2016: Breve análise da evolução da mortalidade no Brasil. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9126-tabuas-completas-de-mortalidade.html?edicao=18460&t=destaques>. Acesso em 26 de julho de 2020.
- LIMA, F. G. **Análise de Riscos**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2018.
- LINTNER, J. **The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets**. The Review of Economics and Statistics, vol.47, no.1, p.13-37, 1965.
- MARKOWITZ, H. **Portfolio selection**. The Journal of Finance, vol.7, no.1, p.77-91. 1952.
- OLIVEIRA, A. B.; ZIEGELMANN, F. A. **Um estudo comparativo de redes neurais e modelos GARCH para previsão da volatilidade de séries temporais financeiras**. 19 SINAPE - Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística.
- PICCOLI, P. G. R.; CRUZ, J. A. W.; CITADIN, M. W. **Determinando a taxa livre de risco para a aplicação do CAPM no mercado brasileiro**. R. Eletr. do Alto Vale do Itajaí – REAVI, vol.3, no.4, p.1-11, 2014.
- SHARPE, W. F. **Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk**. The Journal of Finance, vol.19, no.3, p.425-442. 1964.
- SHINGAKI. **Gestão de imposto para pessoas físicas e jurídicas**. 9. ed. São Paulo: Saint Paul, 2016.
- SILVA, Carlos A. G. da. **Modelagem de estimação da volatilidade do retorno das ações brasileiras: os casos da Petrobras e Vale**. Cadernos do IME – Série Estatística, vol.26, p.15-28, 2009.
- SILVEIRA, H. P.; BARROS, L. A.; FAMÁ, R. **Aspectos da Teoria de Portfolios em Mercados Emergentes: Uma Análise de Aproximações para a Taxa Livre de Risco no Brasil**. VI SEMEAD, 2003.
- WANDERLEY, L. J. **Ouro como moeda, ouro como commodity**. Revista de Economia Política e História Econômica, no.34, p.5-47, 2015.

Apêndice A – Formulário de medição de tolerância ao risco do investidor

O formulário abaixo apresentado foi extraído de Bodie et al (2015, p.152-153), tendo os scores adaptados para o presente trabalho, a fim de que os níveis de tolerância ao risco fossem compatíveis com o desvio padrão do ativo livre de risco.

QUAL É SUA TOLERÂNCIA AO RISCO?

Faça um círculo na letra correspondente à sua resposta.

1. Apenas 60 dias depois de ter aplicado seu dinheiro em um investimento, o preço cai 20%. Supondo que nenhum fator de influência tenha mudado, o que você faria?

- Venderia para evitar maiores aborrecimentos e tentaria outra coisa.
- Não faria nada e esperaria o investimento recuperar-se.
- Compraria mais. Trata-se de um investimento que um dia já foi bom - agora é também um investimento barato.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

2. Agora considere a pergunta anterior de outra forma. Seu investimento caiu 20%, mas faz parte de uma carteira que está sendo utilizada para atingir metas financeiras com três horizontes de tempo diferentes.

2A. O que você faria se sua meta tivesse de ser cumprida daqui a cinco anos?

- a. Venderia.
- b. Não faria nada.
- e. Compraria mais.

2B. O que você faria se sua meta tivesse de ser cumprida daqui a 15 anos?

- a. Venderia.
- b. Não faria nada.
- e. Compraria mais.

2C. O que você faria se sua meta tivesse de ser cumprida daqui a 30 anos?

- a. Venderia.
- b. Não faria nada.
- e. Compraria mais.

3. O preço de seu investimento de aposentadoria aumenta 25% um mês depois que você o adquiriu. Novamente os fatores de influência não se alteraram. Depois dessa sensação de triunfo, o que você faria?

- a. Venderia e asseguraria seus ganhos.
- b. Manter-me-ia firme e esperaria um ganho maior.
- e. Compraria mais; o preço poderia aumentar ainda mais.

4. Você está fazendo um investimento para sua aposentadoria, que ocorrerá em 15 anos. O que você faria?

- a. Investiria em um fundo do mercado monetário ou em um contrato garantido, abrindo mão da possibilidade de obter ganhos mais altos, mas praticamente garantindo a segurança do principal.
- b. Investiria em uma composição meio a meio de fundos de obrigações e fundos de ações, com a esperança de que
haja algum crescimento, obtendo também alguma proteção em forma de renda constante.
- e. Investiria em fundos mútuos de crescimento agressivo cujo valor provavelmente flutuará de forma significativa
durante o ano, mas com a possibilidade de obter ganhos extraordinários ao longo de cinco ou dez anos.

5. Você acabou de tirar a sorte grande! Mas em quê? Isso é com você.



São Paulo 27 a 29 de julho 2022.

- a. R\$ 2 mil em dinheiro.
- b. 50% de chance de ganhar R\$ 5 mil.
- e. 20% de chance de ganhar R\$ 15 mil.

6. Uma boa oportunidade de investimento acabou de surgir. Mas você precisa contrair um empréstimo para isso. Você contrairia esse empréstimo?

- a. Sem dúvida que não.
- b. Talvez.
- e. Sim.

7. Sua empresa está vendendo ações aos funcionários. Em três anos, a administração pretende abrir o capital da empresa. Até lá, você não poderá vender suas ações e não receberá dividendos. Mas seu investimento pode se multiplicar em até dez vezes quando a empresa abrir seu capital. Quanto dinheiro você investiria?

- a. Nenhum.
- b. Dois meses de salário.
- e. Quatro meses de salário.

MEDINDO SUA TOLERÂNCIA AO RISCO

Para calcular sua pontuação nesse teste, some o número de respostas que você deu em cada categoria de "a" a "c" e depois, tal como mostrado, multiplique-o para encontrar sua pontuação:

- (a) Respostas _____ x 61 = _____ pontos
- (b) Respostas _____ x 21 = _____ pontos
- (c) Respostas _____ x 8 = _____ pontos

SUA PONTUAÇÃO _____ pontos

Se você fez... é provável que seja:

389-549 pontos: Um investidor conservador

137-388 pontos: Um investidor moderado

72-136 pontos: Um investidor agressivo