

Previsão do Preço de Ações Usando Redes Neurais

O mercado de ações é um dos principais mecanismos para o desenvolvimento econômico, porque é um meio importante de captação de capitais. Assim sendo, a tentativa de realizar a previsão do comportamento de preço neste mercado é de extrema importância. Nesse sentido, o presente trabalho tem como objetivo explorar a capacidade das redes neurais na previsão do preço de ações da BM&FBOVESPA como auxílio à tomada de decisão. Foram criadas 10 redes com variações no número e camadas de neurônios e função de ativação sendo utilizada a aprendizagem por correção de erro. Foi feita a análise dos resultados, na qual se concluiu que a arquitetura de melhor desempenho foi a arquitetura 4, que contém 2 camadas, com 15 neurônios na camada escondida e função de ativação tangente sigmoide e 5 neurônios na última camada com função de ativação linear. Esta apresentou o menor coeficiente de variação dos erros relativos das previsões. A rede neural escolhida apresentou bons resultados para as quatro ações utilizadas para previsão dos preços, sendo que as ações da AMBEV apresentaram menor coeficiente de variação, sendo esta igual 4,867 e as ações da PETROBRAS obtiveram o maior coeficiente de variação, sendo o valor igual 5,464. Pode-se observar que o maior erro absoluto médio é de 10,77%.

1. Introdução

A globalização é um processo de aprofundamento da integração econômica, social, cultural e política. Esta a nível econômico, tem tornado, para os investidores, a aplicação de recursos financeiros uma tarefa complexa. Isto devido à quantidade de informações oriundas de várias partes do mundo.

De maneira geral, toda empresa ou investidor individual ao aplicar seus recursos, pensa em pelos menos dois aspectos: retorno e risco. Com um nível adequado de informações e conhecimento do mercado financeiro é possível, para certo nível de retorno, reduzir a exposição ao risco.

Assim sendo, a tentativa de realizar a previsão de preço no mercado de ações pode trazer grandes benefícios para os investidores, por aumentar o nível de informações sobre o mercado financeiro, minimizando a exposição ao risco. Nesse sentido é que pode-se aplicar a técnica computacional denominada Redes Neurais Artificiais (RNAs).

A Rede Neural Artificial (RNA) simula em computadores o funcionamento do cérebro humano de forma simplificada. Ela tem a capacidade de reconhecer padrões, identificar regularidades, lidar com dados ruidosos, incompletos ou imprecisos e de prever sistemas não lineares, o que torna a sua aplicação interessante no mercado financeiro.

A utilização de RNAs pode ajudar o investidor na escolha de ativos já que oferece a possibilidade de prever o comportamento dos preços das ações no futuro e com isso subsidiar as decisões de compra e/ou venda de títulos.

Neste contexto, esse artigo tem como objetivo desenvolver uma rede neural artificial capaz de realizar previsão do preço de ações e com isso explorar a capacidade das redes neurais na previsão do preço de ações da BM&FBOVESPA como auxílio à tomada de decisão na negociação de ações.

Assim sendo, tem-se como problema de pesquisa a seguinte questão: como as redes neurais artificiais podem ser aplicadas no processo de previsão do preço de ações?

2. Estrutura e Dinâmica do Mercado Financeiro

O processo de crescimento de uma economia precisa da participação de recursos financeiros, que são identificados por meio da poupança disponível em poder dos agentes econômicos superavitários e canalizados para os segmentos produtivos deficitários de capitais. Esse processo é feito mediante instrumentos financeiros. Assim, pode-se definir o mercado financeiro como o ambiente no qual ocorrem às intermediações de recursos entre agentes econômicos superavitários e agentes econômicos deficitários. Esse mercado se divide em quatro grandes mercados: mercado monetário, de crédito, de capitais e de câmbio (FONTES, 2010).

Esses mercados são mantidos por instituições que fazem parte do sistema financeiro e se dedicam a fornecer condições para que tais mercados funcionem adequadamente. O mercado monetário visa o controle da liquidez monetária da economia, por meio de um conjunto de medidas, administradas pelo Banco Central, que visa, fundamentalmente, adequar os meios de pagamento disponíveis às necessidades do sistema econômico como um todo (FONTES, 2010). Já o mercado de crédito visa, fundamentalmente, suprir as necessidades de caixa de curto e médio prazo dos vários agentes econômicos, seja por meio da concessão de créditos às pessoas físicas ou empréstimos e financiamentos às empresas (ASSAF NETO, 2009). O mercado de câmbio envolve a negociação de moedas estrangeiras pelos agentes econômicos que tenham necessidade ou interesse em realizar operações com o exterior (FONTES, 2010).

Por fim, o mercado de capitais tem como papel fundamental atender às necessidades de financiamento de longo prazo das organizações por meio da negociação de títulos emitidos pelas empresas. Os principais títulos negociados (título mobiliário) são as ações (títulos de propriedade) e empréstimos tomados pelas empresas, no mercado, representado por debêntures. Esse mercado é constituído basicamente pelas bolsas de valores, sociedades corretoras e outras instituições financeiras autorizadas (FONTES, 2010).

A ação é um título representativo da fração unitária do capital social de uma sociedade anônima, denominação deste tipo de empresa na legislação brasileira, conferindo a seu proprietário o direito de participação nessa sociedade (MULLER, 1996).

Quanto à espécie, as ações normalmente são classificadas em:

- Ações ordinárias que conferem direito de voto a seu titular nas deliberações das assembleias de acionistas, além da participação nos lucros da sociedade. O proprietário de ações ordinárias tem responsabilidades e obrigações correspondentes ao montante de ações possuídas (MUELLER, 1996).
- Ações preferenciais que normalmente não dão direito de voto, possuem vantagens e preferências em relação às ações ordinárias, protegendo seus titulares contra decisões tomadas nas assembleias de acionistas. Essas preferências consistem em prioridade na distribuição de dividendos, no reembolso de capital no caso de dissolução da empresa, dentre outras (MUELLER, 1996).

Além dessa classificação, Assaf Neto (2009) classifica as ações ordinárias e preferenciais quanto à forma de circulação em nominativas, nominativas endossáveis e escriturais.

Cabe ressaltar que o investimento em ações (principal ativo negociado nesse mercado) não tem data certa de resgate e nem remuneração previamente definida. Assim sendo, dificilmente alguém se animaria a investir em ações se ficasse preso a ela para sempre. Então,

para satisfazer uma eventual necessidade de resgate por parte do investidor (ou seja, gerar liquidez para os títulos negociados), os direitos sobre o negócio podem ser transferidos a outros investidores desejosos de assumir os riscos e benefícios do título (SERRA, 1997).

São as bolsas de valores as instituições encarregadas, basicamente, de promover estas transferências. Essas são sociedades civis, de direito privado, sem fins lucrativos que funcionam como clubes de serviço para facilitar e dar confiabilidade aos negócios com ações intermediados pelas corretoras (SERRA, 1997).

Nas bolsas de valores acontecem negócios em dois mercados: primário e secundário. No mercado primário são negociados, pela primeira vez, os valores emitidos pelas companhias. Estes valores são posteriormente revendidos no mercado secundário para os investidores em geral (ASSAF NETO, 2009). Sendo assim, uma empresa somente obtém novos recursos por meio de subscrição de capital no mercado primário, não se beneficiando diretamente das negociações do mercado secundário (ASSAF NETO, 2009).

Os investidores que compram a ação de uma empresa possuem vários benefícios como remuneração pelo seu investimento, além é claro da própria variação do preço do título no mercado. Esses benefícios são: dividendos, bonificações e juros sobre o capital próprio.

Os dividendos representam a distribuição de parte dos lucros da empresa aos seus acionistas (FORTUNA, 2010). Sendo assim, a decisão de uma política de dividendos envolve basicamente uma decisão sobre o lucro líquido da empresa: retê-lo, visando ao re-investimento em sua própria atividade; distribuí-lo, sob a forma de dividendos em dinheiro aos acionistas (ASSAF NETO, 2009).

A bonificação é um direito do acionista em receber ações, proporcionais aos títulos possuídos, em decorrência do aumento de capital de uma empresa mediante incorporação de reservas. A bonificação não deve promover qualquer alteração no valor do mercado da ação, representando simplesmente uma transferência de contas patrimoniais, para atualização da participação do acionista no capital da empresa (ASSAF NETO, 2009).

Outra forma de remuneração recebida pelos acionistas no Brasil é o juro sobre o capital próprio, pago pela empresa com base em suas reservas patrimoniais de lucro (resultados de exercícios anteriores que ficaram retidos na empresa), e não com base nos resultados da empresa no período, como os dividendos. O pagamento dos juros sobre o capital próprio traz certos privilégios fiscais: por meio dessa, as empresas podem deduzir de seu lucro real, os juros desembolsados a seus acionistas, a título de remuneração do capital, promovendo uma economia de Imposto de Renda (ASSAF NETO, 2009).

Além disso, existe ainda mais um benefício aos acionistas: o direito a subscrição de ações no caso de novos lançamentos de títulos no mercado. Por meio da elevação de seu capital social, a sociedade emite e oferece para subscrição novas ações aos investidores, comprometendo-se a dar preferência de compra aos atuais acionistas por certo período e preço preestabelecido na proporção das ações possuídas. O direito de subscrição pode ser negociado mediante emissão de bônus de subscrição: título negociável no mercado de capitais e que dá a seu titular o direito de subscrever ações pelo preço de lançamento (ASSAF NETO, 2009).

Depois de entender o funcionamento do mercado, pode-se perguntar qual a lógica do comportamento dos preços dos ativos desse mercado. Para responder a essa pergunta é necessário entender um pouco sobre os modelos que explicam teoricamente esse comportamento e, por conseguinte, as decisões dos investidores.

3. Teoria de Finanças: aspectos gerais

Segundo Damodaran (2010) o investimento em mercado de ações segue duas linhas de pensamento. A primeira é denominada de teoria tradicional, que tenta antecipar a movimentos no mercado, isto é, pretende conhecer antecipadamente alterações nos preços dos ativos de forma a permitir ao investidor obter ganhos com esta antecipação. Essa linha de pensamento busca conhecer quais são os fatores que alteram a oferta e a demanda de um ativo, já que é esta alteração em última instância que levará a mudanças nos preços. A tônica dos estudos dessa natureza é a seleção de ações que possam render acima do retorno médio de mercado. Dentre os investidores que seguem a linha tradicional, há duas categorias: os observadores de mercado (*market timers* ou analistas técnicos) e os selecionadores de títulos (*stock picking* ou analistas fundamentalistas).

A base da análise financeira tradicional é a formação de carteiras de investimentos capazes de oferecer retornos superiores aos índices médios de mercado. Os modelos de avaliação de ações tentam revelar a ocorrência de má precificação dos preços dos ativos pelo mercado, o que permite ao investidor “ganhar” do mercado através da incorporação ou eliminação da má precificação dos ativos que, porventura, forem identificados como subavaliados ou supervalorizados, respectivamente (BORGES, 2008).

A segunda linha é a teoria moderna, continua Damodaran (2010), que apresenta o risco como fator inerente às decisões de investimento. A moderna teoria financeira surgiu na década de 50 com a publicação do trabalho de Markowitz (1952) sobre o comportamento dos investidores num ambiente de média variância. Devido à dificuldade de aplicar a teoria de Markowitz para carteiras com varias ações, surgiram varias outras alternativas, sendo que a principal foi o Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM), desenvolvido por Sharpe (1964), que determina o retorno esperado de uma ação, em função do índice β (beta), que é o risco do ativo em relação ao mercado.

A seleção de carteiras por Markowitz (1952) baseia-se na relação entre dois fatores: retorno esperado e risco. Segundo Markowitz (1952) o risco (desvio padrão dos retornos), poderia ser reduzido sempre que se fizesse a diversificação dos ativos de uma carteira. Essa diversificação, conseguida através da composição de carteiras com ativos que apresentam baixa correlação, poderia manter o retorno médio esperado constante enquanto riscos menores são assumidos, ou conseguir maiores retornos médios mantendo-se o nível de risco constante. Assim sendo, em uma carteira parte do risco pode ser evitado através da diversificação, o que não acontece com um ativo isolado (MINEIRO, 2007).

O modelo do CAPM de Sharpe (1964) baseia-se nos pressupostos do mercado eficiente e leva em consideração que o investidor possui uma carteira diversificada no mercado. A premissa da diversificação por meio de uma carteira traz ao modelo uma simplificação, pois as ações individuais com risco podem ser combinadas de maneira a fazer com que um conjunto de títulos tenha quase sempre menos risco do que qualquer um dos componentes isoladamente. Assim, a eliminação do risco não diversificado é possível porque os retornos dos títulos individuais não são perfeitamente correlacionados uns com os outros e certa proporção de risco desaparece quando há a diversificação (ROSS, WESTERFIELD e JAFFE., 2002).

O CAPM considera somente o risco não diversificável, que é medido por meio do β (beta), que mede a variação do preço de mercado do ativo em relação à variação do mercado. No caso, o investidor é recompensado apenas pelo risco não diversificável do título e o risco diversificável não importaria, pois seria eliminado pela diversificação (BORGES, 2008).

O CAPM simplifica a teoria de carteiras desenvolvida por Markowitz (1952). O modelo assume que os investidores são avessos ao risco e, quando escolhem entre carteiras, se preocupam com a média e a variância do retorno dos seus investimentos. Os investidores escolhem carteiras eficientes de média-variância, em que as carteiras minimizam a variância da carteira, dado um retorno esperado, ou maximizam o retorno esperado, dada a variância (BORGES, 2008).

Tendo em vista o arcabouço da teoria de finanças, torna-se interessante conhecer ferramentas, tais como as RNAs, para auxiliar os analistas e investidores a tomarem decisões na compra ou venda de ativos financeiros.

4. Introdução às Redes Neurais Artificiais (RNAs)

As redes neurais artificiais (RNAs) têm a analogia neurobiológica como fonte de inspiração. São sistemas matemáticos que representam os neurônios unidos através de conexões de peso.

A partir do desejo do ser humano de tentar imitar o cérebro humano, surgiram as RNAs como uma tentativa de criar um modelo que simulasse a estrutura e o funcionamento do cérebro humano (CORRAR, PAULO e DIAS FILHO, 2007). Conforme descrito em Osorio (1991), as RNAs devem apresentar um comportamento baseado em modelos neurológicos ao invés de modelos baseados em circuitos de silício. Ou seja, é a lógica de funcionamento dos neurônios do cérebro humano que deve ser utilizada pelas RNAs. Desta forma, pode-se descrever as RNAs como sistemas projetados para modelar a maneira pela qual o cérebro desempenha suas funções (CORRAR, PAULO e DIAS FILHO, 2007).

Em Castro e Castro (2001) são apresentadas algumas características relevantes das RNAs, que são descritas a seguir:

- Possibilidade de considerar o comportamento não-linear dos fenômenos físicos responsáveis pela geração dos dados de entrada;
- Necessidade de pouco conhecimento estatístico sobre o ambiente no qual a rede esta inserida;
- Capacidade de aprendizagem, a qual é atingida através de uma sessão de treinamento;
- Habilidade de aproximar qualquer mapeamento de natureza continua;
- Adaptabilidade e Generalização;
- Tolerância a falha;
- Informação contextual;

A exemplo das redes neurais naturais as RNAs possuem um grande número de unidades de processamento chamadas neurônios. As conexões entre as unidades computacionais ou neurônios são chamadas sinapses ou pesos sinápticos, as quais recebem sinais que são os estímulos de entradas (uma entrada pode ter estímulo positivo, ou seja, entrada ativa; ou um estímulo negativo, entrada inibidora). É aplicada uma função de ativação, sobre uma soma ponderada dos pesos e a partir do resultado é determinada se o neurônio será ativado tendo um comportamento excitatório ou se terá um comportamento inibitório permanecendo inativo. Este sinal de ativação será propagado para os demais neurônios componentes da RNA de acordo com a topologia e as interconexões da rede (BIOCOMP, 1997).

A figura 01 mostra, em linhas gerais, a estrutura de um neurônio artificial:

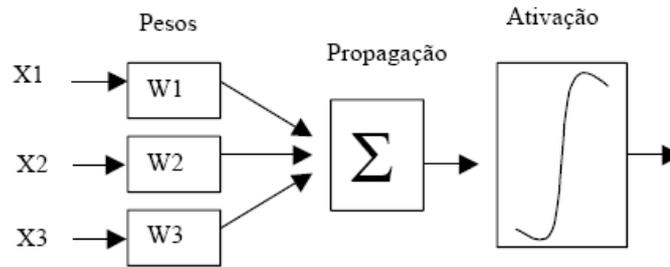


Figura 01: Neurônio artificial

Fonte: GAMEDEV (2010)

A função de ativação que define a saída do neurônio em termos do potencial de ativação pode ser descrita por diversas funções, dentre as quais destaca-se: a função limiar ou em degrau, a função linear por partes, a função sigmóide logística e a função tangente sigmóide (CASTRO e CASTRO, 2001).

As duas funções mais utilizadas são a sigmóide logística e a tangente sigmóide. A função sigmóide logística é definida como uma função estritamente crescente e diferenciável, que exibe um interesse entre o comportamento linear e o comportamento não-linear. Já a função tangente sigmóide permite que a função de ativação do tipo sigmóide assumam valores negativos (CASTRO e CASTRO, 2001).

A propriedade mais significativa de uma RNA é certamente a habilidade de aprender a partir do seu ambiente e melhorar seu desempenho através do aprendizado. A melhora no desempenho de uma RNA ocorre ao longo do aprendizado, de acordo com critérios específicos adotados para atingir tal propósito (HAYKIN, 2001).

O aprendizado é em geral um processo gradual e iterativo, onde os pesos são modificados pouco a pouco, seguindo-se uma regra de aprendizado que estabelece a forma como estes pesos são alterados. O aprendizado é realizado utilizando-se um conjunto de dados de aprendizado disponível (base de exemplos). A cada iteração deste processo gradativo de adaptação dos pesos de uma rede neural é apresentado um conjunto de dados de aprendizado, que é chamada de época de aprendizado (GUIMARÃES *et al.*, 2008).

As duas formas básicas de aprendizagem são: o aprendizado através de um tutor (aprendizado supervisionado) e o aprendizado sem tutor (aprendizado não-supervisionado). Há ainda uma terceira forma de aprendizagem que utiliza um critério (ou juiz) e é chamado aprendizagem por reforço (CASTRO e CASTRO, 2001).

Segundo Castro e Castro (2001) no aprendizado supervisionado tem-se um tutor que dispõe de um comportamento de referência preciso para ensinar a rede. A rede deve ser capaz de medir a diferença entre seu comportamento atual e o comportamento de referência, e, então, corrigir os pesos de maneira a reduzir este erro.

No processo de construção do conhecimento, a RNA é exposta a um vetor de treino extraído do ambiente e o tutor deve prover a rede uma resposta para este específico vetor de treino. A resposta desejada é, portanto o resultado ótimo que a rede deveria apresentar para aquele determinado vetor do conjunto de treinamento. Os parâmetros da rede são ajustados de forma interativa, passo a passo, através da influência combinada do vetor de treino e do sinal de erro. O sinal do erro é definido como a diferença entre a resposta desejada e a resposta efetivamente obtida da rede. Desta forma, o quanto possível do conhecimento do ambiente disponível ao tutor é transferido para RNA (CASTRO e CASTRO, 2001).

No aprendizado não-supervisionado as redes não utilizam nenhum conhecimento de saídas desejadas e padrões de ativação em paralelo aos vários neurônios. Durante o treinamento, somente padrões de entrada são apresentados a RNA até que a rede se torne sintonizada as regularidades estatísticas dos dados de entrada. A partir desta condição, a rede desenvolve a habilidade de formar representações internas para codificar características da entrada (CASTRO e CASTRO, 2001).

Por fim, o aprendizado por reforço consiste no aprendizado através do método da tentativa e erro de modo a otimizar um índice de performance chamado sinal de reforço. Este paradigma de aprendizado tem profunda motivação biológica, em que comportamentos provocando satisfação têm como consequência um reforço das conexões que os produziram, e aqueles provocando insatisfação uma modificação do valor das correspondentes conexões (BARRETO, 2002).

Segundo Castro e Castro (2001) o projeto de uma rede neural, ou seja, a maneira pela qual os neurônios da rede são estruturados está intimamente relacionada ao algoritmo de aprendizagem usado para treinar a rede. Em geral, pode-se identificar duas diferentes classes fundamentais de arquitetura de redes: as recorrentes e as não recorrentes.

As RNAs recorrentes ou com memória são redes mais gerais que contêm realimentação das saídas para as entradas, sendo suas saídas determinadas pelas entradas atuais e pelas saídas anteriores. Além disso, suas estruturas não são obrigatoriamente organizadas em camadas e quando são estas redes podem possuir interligações entre neurônios da mesma camada e entre camadas não consecutivas, gerando interconexões bem mais complexas que as RNAs não-recorrentes. A presença de *loops* de realimentação em estruturas recorrentes tem um grande impacto na capacidade de aprendizagem da rede e em seu desempenho (CASTRO e CASTRO, 2001).

Segundo Castro e Castro (2001), as RNAs não-recorrentes são aquelas que não possuem realimentação de suas saídas para suas entradas. A estrutura das RNAs ditas não-recorrentes é em camadas, podendo estas RNAs serem formadas por uma única camada, também chamadas de *perceptrons* (redes *Single-Layer Feedforward*) ou mais camadas, também chamadas *Multilayer perceptron* (redes *Multilayer Feedforward*). A figura 02 mostra a estrutura básica de uma RNA não-recorrente, como a que foi utilizada nesse estudo.

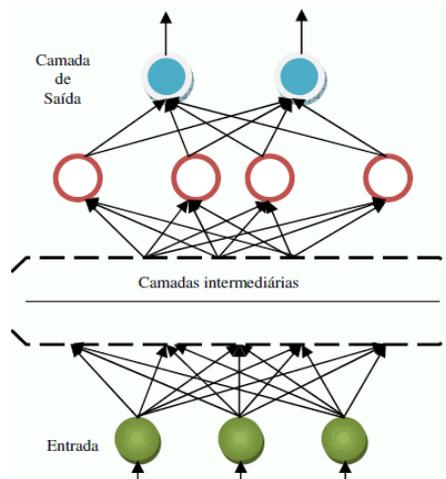


Figura 02: Rede não-recorrente
Fonte: OLIVEIRA Jr. (2007)

A seguir tem-se a descrição de alguns trabalhos brasileiros que utilizam RNAs em estudos do mercado financeiro. Muller (1996) teve como objetivo investigar a habilidade dos

modelos baseados em RNAs em realizar previsões acuradas de séries de preços de ações. O autor concluiu que a acuidade das previsões geradas pelas RNAs as caracteriza como ferramentas alternativas para a realização de previsões de séries econômicas. Através da aplicação da abordagem desses modelos na manipulação de séries de cotações de ações é possível alcançar previsões extremamente próximas dos valores observados, tanto em termos de tendência quanto em termos de valores absolutos. O autor ressalta, ainda, que as RNAs apresentaram desvios de menor magnitude quando comparados com aqueles obtidos pela aplicação dos métodos de previsão convencionais.

Freitas e Silva (1999) tiveram como objetivo utilizar um modelo de RNA para auxiliar na análise técnica do mercado financeiro. Os autores concluíram que as redes utilizadas foram capazes de descrever o comportamento desse mercado.

No trabalho de Vieira e Thomé (2000) foram apresentados os resultados de alguns experimentos realizados com vistas a comparar diferentes arquiteturas de RNAs para a previsão do Ibovespa. Os resultados mostram que encontrar modelos neurais para previsão de séries temporais financeiras constitui tarefa de grande dificuldade, apresentando inúmeras armadilhas. Já o trabalho de Cartacho (2001) simulou investimentos durante os anos de 1999 e 2000 utilizando carteiras compostas por oito ações negociadas na Bovespa. Para gerar as carteiras o autor utilizou, primeiramente, o modelo de Markowitz e depois um modelo híbrido composto por um algoritmo genético e diversas redes neurais. Os resultados mostraram que os retornos obtidos pelo modelo híbrido foram superiores aos obtidos pelo modelo de Markowitz nos dois anos. Além disso, o modelo híbrido também apresentou melhor relação retorno/risco.

Freitas e Souza (2002) procuraram verificar se a utilização de um modelo de precificação de opções baseado nas técnicas de RNAs seria capaz de superar o modelo de Black&Scholes (B&S) na determinação dos preços de opções. A partir dos resultados obtidos, os autores constataram que o modelo baseado em RNAs é capaz de superar o modelo de B&S tanto na precificação de opções fora do preço, quanto no preço e dentro do preço. Já o trabalho de Mello (2004) desenvolve uma rede neural com o objetivo de realizar a previsão dos retornos de ações no horizonte de um mês. A autora conclui que o modelo desenvolvido apresentou, em seus resultados, estimativas de retornos aproximadas dos valores reais, mostrando-se eficiente, portanto, para ser utilizado como uma ferramenta que auxilia o investidor a tomar decisões.

O trabalho de Oliveira Jr. (2007) compara modelos lineares e redes neurais artificiais na previsão de valores financeiros. O autor conclui que os resultados da previsão com a utilização das RNAs foram melhores que os resultados dos modelos com base em regressões lineares. Já o trabalho de Faria *et al.* (2008) teve como objetivo o estudo das RNAs na previsão da série temporal do Ibovespa. Os modelos implementados com a utilização de RNAs foram capazes de prever o comportamento do Ibovespa com erros médios em torno de 2 %.

Por fim, no trabalho de Amoroso (2009) foi estudado um modelo de séries temporais baseado em redes neurais artificiais. Foram utilizados dados correspondentes a dez anos de cotações de ações de seis empresas, negociadas na Bovespa. O estudo evidenciou que, mais do que a predição de valores precisos para as cotações, tal modelo serve como importante fonte de aprendizado para os investidores.

5. Metodologia

Este trabalho pode ser caracterizado, de acordo com Vergara (2009), como um estudo descritivo, pois procura prever o preço de um conjunto de ativos financeiros, através da

aplicação de redes neurais artificiais. Assim sendo, quanto a abordagem utilizada para este estudo pode-se classificá-lo, de acordo com Martins e Theóphilo (2009), como empírico-positivista, pois apresenta técnicas de coleta, tratamento e análise de dados marcadamente quantitativos.

É necessário ressaltar que a definição do modelo e parâmetros da rede neural é uma análise empírico-quantitativa, visto que não existe na literatura modelos e parâmetros ideais da rede que possam levar a resultados mais satisfatórios.

Os dados a serem utilizados no estudo são de uso público e foram obtidos nos sites da BM&FBOVESPA e do YAHII. Da BM&FBOVESPA foram obtidas as informações das cotações históricas relativas à negociação de todos os ativos para cada ano. Os dados do YAHII são referentes às outras variáveis que farão parte do conjunto de variáveis da rede neural.

Dentre as empresas com cotações na bolsa de valores, foram escolhidas ações de empresas que apresentaram maiores lucros nos últimos 5 anos. Foram consideradas para fins desse estudo ações da AMBEV (AMBV3-ON), da PETROBRAS (PETR4-PN), da VRD (VALE3-ON) e do BRADESCO (BBDC4-PN).

Neste trabalho, foram utilizadas séries históricas diárias referentes ao período de 01 de janeiro de 2005 a 30 de junho de 2010, que foi dividido em três partes, sendo que 60% para treinamento da rede, 20% para validação e mais 20% para teste, sendo todos esses dados normalizados.

O conjunto de dados de validação serve como critério de parada, ou seja, serve para validar o modelo obtido durante o treinamento da rede, utilizando um conjunto de dados diferentes dos usados para treinamento e teste. A validação acompanha a evolução do aprendizado e o treinamento é interrompido, quando o erro de validação começa a crescer. Assim se evita a especialização da rede para o conjunto de dados do treinamento.

Para esse estudo foram utilizadas as seguintes variáveis, já agrupadas em dois tipos:

- Do Mercado
 - i. Taxa de juros: Em geral, juros maiores aumentam a rentabilidade da renda fixa, que concorre com as ações como alternativas de investimento, além do efeito negativo sobre o balanço das empresas.
 - ii. Mercado externo: Qualquer alteração no mercado externo afeta diretamente o mercado de ações brasileiro, já que parte dos compradores de ações brasileiras é composta por estrangeiros. Quanto mais compradores estrangeiros, maior pressão de alta no preço dos ativos e vice-versa.
 - iii. Mercado Financeiro: Outros fatores que influenciam o preço das ações são as alterações específicas nas condições de compra e venda de ações, por exemplo: índices de mercado, mudanças nas regras de investimento dos investidores institucionais, etc.
- De Desempenho da Empresa: Além dos elementos que influenciam a situação financeira da empresa (mudanças em preços dos produtos produzidos e de matérias primas, aumento ou redução no endividamento, etc.), é importante observar mudanças na perspectiva de novo negócios

(novos contratos, aquisições de outras empresas, busca de parceiros, etc.) e alterações na estrutura acionária.

Justifica-se o uso de variáveis dessas naturezas em função do preço das ações ser influenciado por todas essas variáveis. Por outro lado, uma limitação importante para esse estudo é o fato de que outras variáveis relevantes podem ter ficado de fora da análise.

Neste trabalho consideraram-se apenas algumas *proxies* para as variáveis listadas acima pela facilidade de obtenção das mesmas. Assim sendo, as variáveis de entrada disponíveis para execução da rede neural estão descritas a seguir:

Variáveis da empresa (provenientes da BM&FBOVESPA):

- PREABE: Preço de abertura do papel no pregão;
- PREMAX: Preço máximo do papel no pregão;
- PREMIN: Preço mínimo do papel no pregão;
- PREMED: Preço médio do papel no pregão;
- PREULT: Preço do último negócio do papel no pregão;
- PREOFC: Preço da melhor oferta de compra do papel;
- PREOFV: Preço da melhor oferta de venda do papel;
- TOTNEG: Número de negócios efetuados com o papel.

Variáveis do Mercado que afetam o preço das ações (provenientes do YAHII):

- Índice BOVESPA;
- Índice Down Jones;
- Cotação do dólar e;
- Taxa de juros;

Com relação às variáveis de saída, optou pelas seguintes: PREABE, PREMAX, PREMIN, PREMED e PREULT.

Tendo essas variáveis definidas pode-se implementar as redes neurais para previsão do preço das ações das empresas selecionadas. As redes foram implementadas através do software MATLAB® neural network toolbox. O modelo escolhido para fazer as previsões é o *Perceptron* de Múltiplas Camadas com o algoritmo de treinamento *Backpropagation*, que é o mesmo utilizado por Oliveira Jr. (2007) e Faria *et al.* (2008).

Para a definição do modelo de rede os parâmetros da rede foram alterados ao longo do treinamento com a finalidade de se encontrar um modelo com um resultado mais satisfatório. No programa proposto, os parâmetros alterados foram o número de camadas, o número de neurônios por camadas e as funções de ativação das camadas.

Inicia-se o procedimento para definição da arquitetura através da construção de várias arquiteturas, alterando-se os parâmetros escolhidos. Neste trabalho foram definidas 10 arquiteturas (tabela 01), sendo que nas cinco arquiteturas iniciais fixou-se o número de camadas e funções de ativação e alterou-se o número de neurônios por camadas. Nas quatro arquiteturas seguintes, aumentou-se o número de camadas e o número de neurônio e na última arquitetura mudou-se apenas a função de ativação para a melhor arquitetura encontrada até o momento.

Inicia-se a avaliação de cada arquitetura carregando o conjunto de dados de entrada. Como o algoritmo utiliza o *backpropagation*, também foi criada a matriz alvo para a rede. Em

seguida, é feita a normalização desses dados e sua divisão em conjunto de treinamento, validação e teste.

Tabela 01: Arquitetura das redes neurais usadas

Arquitetura	Camadas	Neurônios por camadas	Função De Ativação
1	2	1-5	Tangente (Tan)-Linear (Lin)
2	2	5-5	Tan-Lin
3	2	10-5	Tan-Lin
4	2	15-5	Tan-Lin
5	2	30-5	Tan-Lin
6	3	15-10-5	Tan-Tan-Lin
7	3	30-10-5	Tan-Tan-Lin
8	4	15-15-10-5	Tan-Tan-Tan-Lin
9	4	30-15-10-5	Tan-Tan-Tan-Lin
10	2	15-5	Logística (Log)-Lin

Com as matrizes de entrada e alvo construídas, tanto para treinamento, validação e teste, elas foram, então, apresentadas às arquiteturas definidas anteriormente uma de cada vez. No MATLAB® neural network toolbox são inseridas as matrizes, sendo que a matriz entrada é definida como *input data* e a matriz alvo é definida como *target data*. Após definir o *input* e *target* é feita a montagem da arquitetura desejada usando o ícone *New Network*. De posse da arquitetura, é feito o treinamento que ocorre através da apresentação repetitiva do conjunto de exemplos, sendo o número de épocas estipulado em 1000.

Com a rede treinada foi feita a previsão utilizando os valores de entrada ainda não apresentados à rede, ou seja, o conjunto de teste. A partir das previsões obtidas do conjunto de teste, pode-se definir qual das arquiteturas se adapta melhor ao problema apresentado.

O critério de comparação das arquiteturas é o coeficiente de variação dos erros relativos que é obtida pela divisão do erro absoluto médio e desvio padrão.

- Erro absoluto médio: definido como a média aritmética dos módulos dos erros;
- Desvio padrão: definido como a raiz quadrática da variância dos erros absolutos;
- Coeficiente de variação: é definido como a razão entre o desvio padrão e a média dos erros absolutos.

6. Apresentação e Análise dos Resultados

O primeiro passo para a análise do uso das RNAs na previsão do preço de ações é escolher qual a arquitetura de rede que será utilizada. Para tanto, decidiu-se utilizar a AMBV3-ON para essa busca. Cabe ressaltar, que esta escolha foi aleatória.

Assim sendo, nesse trabalho utiliza-se essa única arquitetura para prever os preços das ações das quatro empresas selecionadas. Porém, poderia ser mais interessante a utilização de uma arquitetura diferente para cada ação. Isso traria mais precisão para a previsão, porém mais complexidade para a modelagem. Cabe aos interessados na previsão decidir uma relação confortável entre precisão e complexidade.

A tabela 02 ilustra os resultados obtidos para o coeficiente de variação da previsão da AMBV3-ON.

Tabela 02: Coeficiente de variação das Arquiteturas Analisadas

Arquit.	Cams.	Neurs.	Função	Coeficiente de variação					CV Médio
				PREABE	PREMAX	PREMIN	PREMED	PREULT	
Número de Neurônios									
1	2	1-5	Tan-Lin	4,791	3,570	6,325	6,165	6,009	5,37
2	2	5-5	Tan-Lin	4,376	3,705	5,489	6,740	5,672	5,20
3	2	10-5	Tan-Lin	4,117	5,968	4,198	7,017	5,223	5,30
4	2	15-5	Tan-Lin	4,017	4,278	4,538	6,446	5,061	4,87
5	2	30-5	Tan-Lin	5,015	6,049	8,326	7,460	4,719	6,31
Número de Neurônios e Camadas									
6	3	15-10-5	Tan-Tan-Lin	4,117	3,773	6,062	6,218	5,719	5,18
7	3	30-10-5	Tan-Tan-Lin	3,952	5,484	4,542	6,182	5,030	5,04
8	4	15-15-10-5	Tan-Tan-Tan-Lin	4,072	3,870	10,433	7,749	5,605	6,35
9	4	30-15-10-5	Tan-Tan-Tan-Lin	4,778	7,369	5,982	7,338	5,485	6,19
Funções de Ativação									
10	2	15-5	Log-Lin	5,1137	4,231	4,478	6,305	5,084	5,04

A arquitetura de melhor desempenho foi a arquitetura 4, pois apresentou o menor coeficiente de variação dos erros relativos das previsões. Essa arquitetura contém duas camadas, com 15 neurônios na camada escondida e função de ativação tangente sigmoide e 5 neurônios na última camada com função de ativação linear.

Com relação à arquitetura da rede neural observou-se que a rede com duas camadas teve melhor resultado considerando o coeficiente de variação. Isto pode ser explicado pelo mapeamento excessivo da rede que dificulta o ajuste dos pesos da rede, tornando o treinamento uma tarefa mais complexa. Esse mapeamento excessivo favorece o surgimento de mínimos locais durante o ajuste dos pesos. O aumento de número de camadas pode causar a especialização da rede.

A Tabela 03 e a Figura 03 mostram a regressão linear simples entre os valores previsto (eixo X) e os valores reais das ações (eixo Y) para essa melhor rede. Onde α e β são os coeficientes da regressão e especificam respectivamente a inclinação da reta e o ponto onde a reta intercepta o eixo Y. As marcações indicam os valores simulados. A linha cheia representa a regressão linear obtida e a linha tracejada representa a regressão ideal ($\alpha=1, \beta=0, R^2=1$). A partir da regressão pode-se observar a aderência dos resultados obtidos para a rede 4, revelada pela coincidência das linhas tracejada e cheia e pela tendência de igualdade dos valores reais e ideais de α, β e R^2 . Esses são sinais de que a escolha gera uma modelagem de previsão de alta qualidade, onde os erros devem ser mínimos.

Tabela 03: Parâmetros da Regressão linear

Arquitetura	Camadas	Neurônios	Função	Regressão Linear		
				α	β	R^2
4	2	15-5	Tan-Lin	1.0	0.00025	0.99962

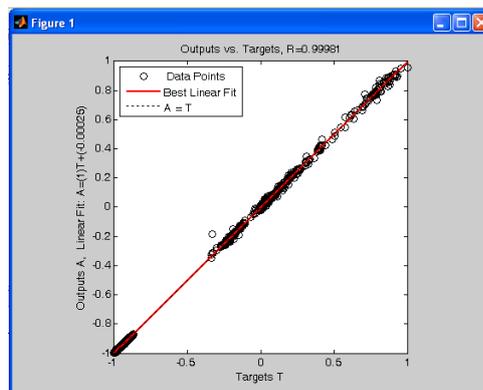


Figura 03: Representação da Regressão para a Arquitetura 4

Após a definição da melhor arquitetura, essa mesma arquitetura foi usada para os dados das outras ações, de forma a ver o comportamento desses dados perante a arquitetura definida.

O número máximo de épocas utilizadas para atingir o erro desejável no treinamento em todas as arquiteturas foi de 60 épocas, isto porque nesse ponto o erro mínimo de validação superou o erro mínimo de treinamento. Além disso, todas as redes convergiram para o erro mínimo desejável no treinamento, sendo este inferior a 10^{-3} .

As Tabelas 04 a 06 representam os valores dos erros absolutos médios, desvios padrão e coeficientes de variação das quatro ações escolhidas para previsão: AMBEV, PETROBRAS, VRD e BRADESCO.

Tabela 04: Erro absoluto médio por tipo de ações

Tipo de Ações	Erro absoluto médio				
	PREABE	PREMAX	PREMIN	PREMED	PREULT
AMBV3-ON	0,0787	0,0708	0,0747	0,0745	0,0873
PETR4-PN	0,0420	0,0409	0,0901	0,0893	0,0568
VALE3-ON	0,0984	0,0997	0,0858	0,1058	0,1030
BBDC4-PN	0,0704	0,1077	0,0881	0,0973	0,0863

Tabela 05: Desvio padrão por tipo de ações

Tipo de Ações	Desvio padrão				
	PREABE	PREMAX	PREMIN	PREMED	PREULT
AMBV3-ON	0,3162	0,3027	0,3388	0,4799	0,4420
PETR4-PN	0,4080	0,2297	0,5079	0,1642	0,2564
VALE3-ON	0,4981	0,4744	0,3870	0,5071	0,6140
BBDC4-PN	0,4891	0,4595	0,4308	0,3587	0,3933

Tabela 06: Coeficiente de variação por tipo de ações

Tipo de Ações	Coeficiente de variação					CV Médio
	PREABE	PREMAX	PREMIN	PREMED	PREULT	
AMBV3-ON	4,017	4,278	4,538	6,446	5,061	4,867
PETR4-PN	9,714	5,616	5,637	1,183	4,517	5,464
VALE3-ON	5,061	4,758	4,519	4,793	5,961	5,017
BBDC4-PN	6,947	4,266	4,889	3,686	4,557	4,870

Pode-se observar que a rede neural escolhida apresenta resultados satisfatórios para as quatro ações, sendo que as ações da AMBEV apresentaram menor coeficiente de variação, sendo esta igual 4,867 e as ações do PETROBRAS obtiveram o maior coeficiente de variação, sendo o valor igual 5,464.

Pode-se observar que o maior erro absoluto médio é de 10,77% para o preço máximo da ação do Bradesco, enquanto que o menor valor é de 4,09% também para o preço máximo, porém da ação da Petrobrás. Em relação a cada ação observa-se que a Petrobrás apresenta, de maneira geral, valores mais baixos para os erros absolutos médios, porém com dispersão considerável do erro em torno desse valor médio. O erro médio da Petrobrás (consolidando-se todos os preços estimados) foi apenas de 6,38%, enquanto que a VRD apresenta o maior erro médio geral de 9,85%.

Quanto ao desvio padrão, observa-se que os valores oscilam de 16,42% para o preço médio da ação da Petrobrás até 61,40% para o último preço da ação da VRD.

Analisando-se os dados da AMBEV que foi usada para definir a arquitetura, observe-se que essa ação obteve o menor coeficiente de variação para três dos cinco preços estimados.

Além disso, percebe-se que seus erros são estáveis para os diversos tipos de preços. Entretanto, quando se aplica essa mesma arquitetura para as demais ações observar-se um aumento do coeficiente de variação, apesar de pontualmente ter-se valores mais baixos para esses outros ativos. A Petrobrás é um bom exemplo disso, pois apesar de apresentar até erros mais baixos em alguns casos, quando comparada com a AMBEV, apresenta dispersão muito alta para esse erro, fazendo com que o modelo tenha o pior comportamento quando da previsão de preços de suas ações.

Isto é consequência de alterações drásticas no conjunto de dados, como por exemplo, a troca do tipo de ação, visto que, a dependência do valor das ações em relação aos dados de entrada pode ser distinta. Com isso pode-se concluir que a melhor forma de resolver o problema é definir uma arquitetura para cada tipo de ação, que não foi contemplado neste trabalho.

Por fim, analisando as variáveis de saída, observa-se que o preço médio obteve o menor coeficiente de variação, sendo a média igual 4,027, o que torna esse dado mais confiável do que os outros dados de saída. O pior resultado em relação aos dados de saída foi para as estimativas do preço de abertura, pois o coeficiente de variação chegou a 6,435.

7. Conclusões e Considerações Finais

O problema da seleção de ativos tem atraído tanto empresas como simples investidores, isto porque as ações são uma importante fonte de financiamento e captação de finanças individuais. Assim sendo, a previsão do comportamento deste mercado é importante tanto para as empresas quanto para simples investidores.

O presente trabalho teve com objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta para auxiliar os investidores na tomada de decisão referente ao mercado de ações. A escolha das redes neurais artificiais justifica-se, pela sua capacidade de captar não-linearidades, de reconhecer padrões, identificar regularidades, lidar com dados ruidosos, incompletos ou imprecisos e pelo fato de superarem as dificuldades encontradas pelos métodos tradicionalmente utilizados neste campo de aplicação. Cabe ressaltar, que a aplicação de redes neurais neste trabalho está na parte da previsão dos preços dos ativos, ficando a composição da carteira a critério do investidor.

Os resultados demonstram que a melhor forma de prever o preço de ações usando a RNA é definir uma arquitetura para cada tipo de ação. Os resultados obtidos pela a ação da AMBEV que foi usada para definir a arquitetura apresentaram melhores resultados, quando comparada com as demais ações aqui analisadas. Vale ressaltar que a arquitetura que foi escolhida aqui se limita a amostra de dados disponível.

Os resultados obtidos neste trabalho demonstram que a rede neural consegue prever os preços das ações, facilitando o trabalho dos investidores e propiciando grande possibilidade de obtenção de lucro. Esses resultados corroboram os achados dos estudos de Muller (1996), Freitas e Silva (1999), Cartacho (2001), Freitas e Souza (2002), Mello (2004), Oliveira Jr. (2007) e Amoroso (2009). Além disso, o nível de erros observados foi compatível com os resultados de Faria *et al.* (2008).

O uso de uma rede neural para previsão com o algoritmo *backpropagation* mostrou-se satisfatória na previsão do preço de ações da bolsa de valores. Isto evidencia a capacidade do *perceptron* de múltiplas camadas no mapeamento de funções não lineares sujeitas a incertezas nos dados de entrada. Uma melhora nos resultados pode ser alcançada por meio de uma

seleção de atributos de entrada da rede. Uma ferramenta estatística para tal seria o emprego da Análise de Componentes Principais (*Principal Component Analysis* – PCA).

Na continuidade deste trabalho vislumbra-se a implementação de outros tipos de redes neurais e a realização de testes com diferentes algoritmos de aprendizagem com intuito de melhorar o desempenho do modelo. Além disso, percebe-se a possibilidade da inclusão de novas variáveis na RNA, tais como: outros indicadores da empresa, macroeconômicos, setoriais e do mercado. Por fim, também poder-se-ia pensar na inclusão de predição baseada em janelas de tempo ao invés de um período fixo, como utilizado nesse trabalho.

Referências

AMOROSO, E. D. **Um estudo de caso sobre mineração de dados como instrumento de aprendizado para o investidor do mercado de ações**. 2009. Dissertação (Mestrado em Gestão do Conhecimento e Tecnologia da Informação) – UCB, Brasília.

ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

BARRETO, J. M. **Introdução às Redes Neurais Artificiais**. Santa Catarina: UFSC, 2002.

BIOCOMP S. **What are neural networks?** USA: BiocompSystem, 1997. Disponível em: <<http://www.biocompsystems.com/pages/NNDefine.htm>>. Acesso em 15 out. 2010.

BORGES, L. A. S. **A utilização do CAPM (capital asset pricing model) no mercado de ações brasileiro, elaborando carteiras de investimentos com a relação risco e retorno otimizada**. 2008. TCC (Bacharelado em Matemática Aplicada à Negócios) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto e Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, USP, São Paulo.

CARTACHO, M. S. **A utilização de um modelo híbrido Algoritmo Genético/Redes Neurais no processo de seleção de carteiras**. 2001. Dissertação (Mestrado em Administração) – Faculdade de Ciências Econômicas, UFMG, Belo Horizonte.

CASTRO, F. C. C.; CASTRO, M. C. F. **Redes Neurais Artificiais**. Rio Grande do Sul: PUCRS, 2001.

CORRAR, L. J.; PAULO, E.; DIAS FILHO, J. M. (coords.). **Análise multivariada: para os cursos de administração, ciências contábeis e economia**. São Paulo: Atlas, 2007.

DAMODARAN, A. **Avaliação de Investimentos: ferramentas e técnicas para determinação do valor de qualquer ativo**. 2 ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2010.

FARIA, E. L.; ALBUQUERQUE, M. P.; ALFONSO, J. L. G.; ALBUQUERQUE, M. P.; CAVALCANTE, J. T. P. **Previsão do Mercado de Ações Brasileiro utilizando Redes Neurais Artificiais**. CBPF–NT–002/2008. Rio de Janeiro: CBPF, 2008. Disponível em: <cbpfindex.cbpf.br/publication_pdfs/NT00208.2011_01_04_11_01_14.pdf>. Acesso em 10 dez. 2010.

FONTES, S. V. **Sistema Financeiro**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

FORTUNA, E. **Mercado Financeiro, Produtos e Serviços**. 18 ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2010.

FREITAS, A. A. C.; SILVA, I. N. Análise Técnica de Títulos Financeiros Através de Redes Neurais Artificiais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE REDES NEURAIAS, 4, 1999, São José dos Campos. **Anais do IV CBRN**. São José dos Campos: ITA, 1999, p. 67-71.

FREITAS, S. O.; SOUZA, A. A. Utilização de um modelo baseado em Redes Neurais para a precificação de opções. In: ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 26, 2002, Salvador. **Anais do XXVI ENANPAD**. Salvador: ANPAD, 2002. CD-ROM.

GAMEDEV. **Redes Neurais Artificiais**. Disponível em: <<http://www.gamedev.com.br/forum/viewtopic.php?p=12255>>. Acesso em 15 set. 2010.

GUIMARÃES, A. M.; MATHIAS, I. M.; DIAS, A. H.; FERRARI, J. W.; CAZELATTO Jr., C. R. O. Módulo de validação cruzada para treinamento de redes neurais artificiais com algoritmos backpropagation e resilient propagation. **Publ. UEPG Ci. Exatas Terra, Ci. Agr. Eng.**, v. 14, n. 1, p. 17-24, 2008.

HAYKIN, S. **Redes Neurais: princípios e prática**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARTINS, G. A.; THEÓPHILO, C. R. **Metodologia da Investigação Científica para Ciências Sociais Aplicadas**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2009.

MELLO, M. T. **Aplicação de redes neurais artificiais no processo de precificação de ações**. 2004. TCC (Bacharelado em Ciências da Computação) – Instituto de Física e Matemática, UFPel, Pelotas.

MINEIRO, A. A. C. **Aplicação de Programação Não-Linear como ferramenta de auxílio à tomada de decisão na gestão de um clube de investimento**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Itajubá, Minas Gerais.

MUELLER, A. **Uma Aplicação de Redes Neurais Artificiais na Previsão do Mercado Acionário**. 1996. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - UFSC, Santa Catarina.

OLIVEIRA Jr, W. **Estudo comparativo entre modelos lineares e redes neurais artificiais como tecnologias geradoras de previsões de valores financeiros**. 2007. Dissertação (Mestrado em Gestão do Conhecimento e Tecnologia da Informação) – UCB, Brasília.

OSORIO, F. S. **Um estudo sobre reconhecimento visual de caracteres através de redes neurais**. 1991. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) – Instituto de Informática, UFRGS, Rio Grande do Sul.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. **Administração Financeira: corporate finance**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

SERRA, E. V. M. **Uma Proposta para o Ensino de Mercado de Capitais na Abordagem de Jogos de Empresas**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - UFSC, Santa Catarina.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

VERGARA, S. C. **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

VIEIRA, R. S.; THOMÉ, A. C. G. **Avaliação de Redes Neurais Aplicadas à Previsão de Índices de Mercados de Ações**. Rio de Janeiro: LABIC/UFRJ, 2000. Disponível em: <www.labic.nce.ufrj.br/downloads/cba_2000_1.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2010.