

Estudo dos modelos KMV padrão e KMV *naïve* no contexto brasileiro

Resumo

Nas décadas de 1980 e 1990, instituições financeiras regulamentadoras nacionais, reunidas na Basileia, Suíça, iniciaram a criação de regras para dar maior segurança ao sistema financeiro internacional. A fragilidade das instituições financeiras a elevações nos índices de inadimplência, especialmente em períodos de crise na macroeconomia, foi um dos problemas identificados pelo Comitê da Basileia para o qual era necessário buscar soluções. Com os Acordos de Capital da Basileia I e II, a necessidade de mensurar e gerenciar o risco de crédito passou a ser regulamentada. Os países signatários do Acordo precisavam, então, estimular o desenvolvimento de modelos de gestão de risco de portfólios de crédito, com o objetivo de manter a saúde do sistema financeiro internacional. Este trabalho tem como objetivo investigar o comportamento de um dos principais modelos: o KMV, baseado na formulação teórica de Merton (1974). O estudo pretende verificar o desempenho do KMV – e de uma variação do modelo, criada por Bharath e Shumway (2008) – em uma amostra de carteira com informações contábeis e de mercado das empresas integrantes do índice IBOVESPA, no período entre 2001 e 2010. Através de variações aplicadas nos parâmetros do modelo, a pesquisa também analisa sua performance em diferentes cenários.

1. Introdução

A recente crise que se iniciou no mercado de *subprime* americano e se disseminou por mercados em todo globo sugere a necessidade de mecanismos mais efetivos de gestão e regulação do risco de crédito. Caouette et al (1998) mencionam, dentre os fatores para a inadimplências em massa que ocorreram no passado, a inadequação de regulamentação do setor bancário. Neste contexto, o Comitê da Basileia tem empreendido esforços para aprimorar as exigências de controle de riscos das instituições financeiras, inclusive incentivando o desenvolvimento de modelos e técnicas de mensuração e gestão de exposições.

No Brasil, ao mesmo tempo em que o crescimento de operações de crédito possibilita o acesso da população a uma maior gama de produtos ou serviços e, portanto, maior bem-estar, implica também em maior exposição dos credores ao *default*. Segundo dados do Banco Central do Brasil, o valor de empréstimos para fins não específicos evoluiu de 403 bilhões de reais em dezembro de 2005 para 931 bilhões em outubro de 2009, representando um crescimento de mais de 100% no volume total de recursos financiados. Assim, no caso brasileiro, o expressivo aumento da oferta de crédito é acompanhado por maiores exposições à inadimplência.

Ciente da crescente relevância da exposição ao risco de crédito, o Banco Central do Brasil vem seguindo diversas diretrizes do Comitê da Basileia com o intuito de criar um ambiente regulatório de maior estabilidade para o sistema financeiro nacional. Entre as diversas orientações do Comitê da Basileia, especificamente para o risco de crédito, as instituições financeiras podem ter seus requisitos de capital definidos a partir de modelos internos de mensuração.

Para Thomas et al (2005), os grandes bancos, com penetração global, devem se movimentar no sentido de elaborar modelos internos avançados para risco de crédito, pois

podem resultar em menores exigências de capital regulamentar. Além disso, segundo Saunders (1999) modelos internos podem propiciar vantagens gerenciais, uma vez que permitiriam o desenvolvimento de ferramentas e técnicas para aprimorar a precificação e a gestão de produtos.

Dentre os principais mecanismos de mensuração do risco de crédito, o modelo KMV desenvolvido pela empresa KMV no final da década de 1980 e baseado no estudo sobre precificação de opções de Merton (1974), transformou-se em um sucesso comercial nos anos seguintes (Lee, 2011) e representa um importante modelo utilizado no mercado financeiro. Neste contexto de relevância dos modelos internos de gestão de riscos, este trabalho investiga o KMV, através de sua implementação computacional e aplicação em uma carteira no contexto brasileiro. Através do levantamento de dados de empresas com ações negociadas em bolsa, avalia-se a adequação de duas adaptações do KMV: (i) o método padrão fundamentado em Merton (1974) e (ii) o método *naïve*, simplificação proposta por Bharath e Shumway (2008).

2. Referencial teórico

Segundo Levy (2008), o trabalho de Merton (1974) apresenta uma estrutura de análise seminal que dá sustentação teórica para desenvolvimentos de diversas pesquisas acadêmicas e aplicações práticas relevantes na área de gestão de risco de crédito. Baseado nas formulações teóricas de Merton (1974), o modelo KMV tornou-se bastante difundido, associando a inadimplência de uma empresa com a dinâmica de sua estrutura de capital (Crouhy et al, 2000).

Elizalde (2006) estabelece que o modelo de Merton (1974) supõe a estrutura de capital da empresa composta por ações, de valor E , e por um único título de dívida com maturidade T e valor de face D . O valor dos ativos da empresa A é dado pela soma dos valores das ações e da dívida. Sob essas premissas, as ações representam uma opção de compra sobre os ativos da empresa A , com maturidade T e preço de exercício D . A lógica de Merton (1974) é que se, na maturidade, o valor dos ativos A da empresa for maior que o valor da dívida D , então se torna racional aos acionistas exercerem a opção de comprar os ativos da empresa pelo preço de exercício D . Nesta situação, a firma não entra em *default*, pois os acionistas preferem pagar a dívida D e ficarem com o ativo de valor A , uma vez que $A > D$. Em contrapartida, no modelo de Merton (1974), caso o valor dos ativos A seja menor do que o valor da dívida D , a firma entra em *default*, pois aos acionistas preferem não pagar a dívida, deixando os ativos para os credores, pois $A < D$.

A avaliação de pagamento ou inadimplência de uma dívida a partir da teoria de opções constitui importante *insight* teórico para a gestão de riscos de crédito. Do ponto de vista prático, o primeiro passo para implantar o KMV envolve estimar a volatilidade das ações, podendo-se utilizar, por exemplo, dados históricos de retornos das ações (Lee, 2011). Em seguida, apura-se o valor de face das dívidas. Por último, de acordo com Lee (2011), é necessário coletar informações sobre taxas de juros livres de risco e sobre o valor de mercado do patrimônio líquido.

Bharath e Shumway (2008) estabelecem que, além do valor da participação dos acionistas na empresa, isto é, do valor de mercado das ações, são variáveis críticas ao modelo

KMV: (i) o valor de face da dívida e (ii) a volatilidade das ações. Caso o valor de mercado das ações caía, a probabilidade de *default* aumenta. De modo similar, caso o valor de face das dívidas cresça em relação ao valor de mercado dos ativos, a probabilidade de *default* também aumenta (Bharath e Shumway, 2008).

Segundo Crouhy et al (2000), o processo de determinação da probabilidade de *default* de uma dívida, a partir do modelo KMV, pode ser segmentado em três estágios: (i) estimativa do valor de mercado dos ativos e da volatilidade dos ativos da empresa; (ii) cálculo da distância ao *default*, através de um índice de medida dos riscos de *default*; (iii) dimensionamento da distância ao *default* para probabilidades reais de inadimplência usando uma base de dados.

Como já discutido, no modelo KMV, o *default* ocorre quando o valor dos ativos da firma cai abaixo de um nível crítico. Sob uma perspectiva teórica, a definição do nível crítico, usando a formulação original de Merton (1974), está associada ao valor de face da única dívida que a empresa deveria ter. Porém, do ponto de vista prático, tendo em vista que uma empresa possui uma estrutura de dívidas com diferentes vencimentos, o nível crítico pode ser representado por uma relação entre dívidas de curto e longo prazo. Por exemplo, na adaptação do modelo KMV por Lee (2011), a inadimplência ocorre quando o valor de mercado dos ativos atinge uma linha limite de *default*, dada pela soma da dívida de curto prazo mais metade da dívida de longo prazo.

Para Levy (2008), as medidas de risco de crédito de portfólio obtidas pelo modelo KMV são muito mais dinâmicas do que as elaboradas pelas agências de *rating*. Neste sentido, o modelo KMV permite identificar a qualidade do crédito em pontos específicos no horizonte de tempo, atualizados à medida que parâmetros de mercado flutuam, enquanto os modelos das agências de *rating* fazem atualizações em ciclos de tempo, sem alterações muito frequentes (Levy, 2008).

Visando identificar se os *ratings* da agência Moody's continham informação preditiva ausente na metodologia de KMV, Kealhofer e Kurbat (2002) concluem que toda a informação preditiva dos *ratings* e das variáveis contábeis já estavam presentes no modelo KMV, porém informação preditiva considerável do modelo KMV não estava contida nos *ratings* ou nas variáveis contábeis. Desta forma, os resultados de Kealhofer e Kurbat (2002) sugerem que o modelo KMV seria, comparativamente aos *ratings* definidos por agências, melhor ferramenta para previsão de inadimplência.

Capuano et al (2009) corroboram a conclusão de Kealhofer e Kurbat (2002), justificando que se o valor dos ativos de uma empresa for observado continuamente, os eventos de inadimplência são previsíveis no sentido de que é possível observar se o valor dos ativos está se movendo em direção ao limite de *default*.

O modelo KMV original serve como base para diversas outras modelagens de gestão de riscos de crédito. Por exemplo, Levy (2008) elaborou o Riskfrontier, com uma quantidade de grupamentos de portfólios de crédito maior do que a da versão KMV original. Segundo Levy (2008), a maior granularização pode ser estruturada de acordo com a necessidade da instituição financeira, permitindo uma visão mais detalhada dos riscos de *default*. Dwyer e Korablev (2009) apresentam o modelo KMV LossCalc V3.0, no qual elementos adicionais são incorporados na análise como, por exemplo, região geográfica, tipo de indústria, estágio do ciclo de crédito, tipo de dívida, tipo de colateral e a qualidade de crédito da empresa. Assim, pode-se afirmar que diversos modelos diferentes surgiram a partir da abordagem KMV padrão.

Para Saunders (1999), alguns pontos fortes de abordagens que seguem o modelo KMV são: (i) aplicabilidade para qualquer empresa com ações negociadas em mercados de bolsa; (ii) fundamentação em dados de mercado de ações e não em dados contábeis históricos; (iii) fundamentação em fortes premissas teóricas, sendo um modelo justificado pela teoria moderna de finanças e pela teoria de precificação de opções.

O modelo KMV é denominado estrutural, por utilizar variáveis ligadas à estrutura da empresa como, por exemplo, valor de ações e de dívida, para avaliar o risco de crédito (Saunders e Allen, 2002). Patel e Pereira (2007) consideram que modelos estruturais, como o KMV, têm a vantagem de associar diretamente o valor da empresa com o valor de suas ações, precificando o risco de crédito especificamente para cada devedor. Já McQuown (1993) considera outra vantagem dos modelos estruturais: possibilidade de atualização frequente, inclusive diariamente, por utilizarem informações de mercado.

Para contrabalancear os pontos fortes, Saunders (1999) considera quatro desvantagens do modelo estrutural de Merton (1974): (i) dificuldade em obter Frequência de Defaults Esperadas (EDF – Expected Default Frequency) teóricas sem a premissa de normalidade do retorno dos ativos; (ii) dificuldade em gerar EDF de empresas sem ações negociadas em bolsa, tendo-se que recorrer a dados contábeis e a outras características observáveis da dívida; (iii) não distinção entre as características de diferentes tipos de títulos de longo prazo, como data de vencimento, garantia adicional e conversibilidade; (iv) consideração de uma estrutura de capital estática, por assumir que a estrutura de capital permanece imutável, mesmo que o valor dos ativos de uma empresa tenha se alterado.

Elizalde (2006) acrescenta outras desvantagens do modelo de Merton (1974). Existe uma restrição em relação ao tempo para a ocorrência do *default*, no sentido de que o modelo desconsidera a ocorrência de eventos de inadimplência anteriores à data de maturidade da dívida. Assim, se o valor dos ativos da empresa cai aos níveis mínimos antes da maturidade da dívida, mas ainda há a possibilidade de recuperação até a data do pagamento, o *default* precoce é desconsiderado (Elizalde, 2006). Além disso, a estrutura de capital das empresas é usualmente muito mais complexa do que um único título de dívida com cupom zero, como prevê o modelo KMV EDF padrão (Elizalde, 2006).

Finalmente, outra crítica que implica uma potencial limitação do modelo é levantada por Jarrow (2001): a implementação de modelos estruturais, como o baseado no trabalho de Merton (1974), ignora a possibilidade de bolhas nos mercados financeiros, e, conseqüentemente, não leva em consideração as estimativas problemáticas realizadas nessas condições.

3. Procedimentos metodológicos

A investigação realizada neste artigo envolve a implementação computacional de dois métodos alternativos de análise de risco de crédito baseados no modelo KMV: (i) o primeiro método segue diretamente a abordagem padrão do KMV baseada em Merton (1974) e envolve a estimação simultânea do valor de mercado dos ativos e da volatilidade dos ativos através de um procedimento iterativo e (ii) o segundo método segue uma simplificação proposta por Bharath e Shumway (2008), denominado de *naïve* ou ingênuo, isto é, simples, na qual o valor do ativo depende do valor de mercado das ações e do valor contábil da dívida e a volatilidade dos ativos é estimada ponderando-se a volatilidade das ações e a volatilidade das dívidas. No

modelo simplificado de Bharath e Shumway (2008), a volatilidade das dívidas é uma função linear da volatilidade das ações.

Assim, neste trabalho, os métodos são testados empiricamente em carteiras formadas por títulos de empresas com ações negociadas em bolsa de valores em quatro países. A programação dos algoritmos foi desenvolvida na linguagem Visual Basic for Applications dentro do ambiente do Excel. Para o procedimento iterativo, que envolve a resolução de um sistema de equações não lineares, programou-se o algoritmo de Nelder e Mead (1965). Os dados necessários para o estudo empírico, incluindo informações contábeis e cotações de preços de ações, foram levantados junto à plataforma Bloomberg.

As carteiras de crédito formadas para testar os métodos baseados no KMV estão associadas a empréstimos hipotéticos realizados a empresas integrantes do Ibovespa do Brasil entre os anos de 1999 e 2009. Assim, supõe-se em um determinado período que uma carteira é composta por quantidades iguais de títulos de dívida das empresas do índice. Estima-se a probabilidade de *default* de cada empresa, bem como a probabilidade média de *default* da carteira. Acompanha-se o comportamento de títulos de dívida da empresa no período subsequente, para avaliar se alguma empresa tornou-se inadimplente. Este acompanhamento é feito tanto através de pesquisa na plataforma Bloomberg como de eventos relevantes informados pela empresa junto à Comissão de Valores Mobiliários.

O primeiro método implementado, baseado no modelo de Merton (1974), estabelece que o risco de crédito da dívida de uma empresa pode ser avaliado a partir da teoria de opções. Considerando, conforme já discutido, que uma ação pode ser considerada uma opção de compra sobre os ativos da empresa, com preço de exercício equivalente ao valor de face D da dívida, usando-se o modelo de precificação de opções (Black e Scholes, 1973; Merton, 1974) pode-se obter o valor do patrimônio líquido:

$$E = A \cdot N(d_1) - \exp(-rT) \cdot N(d_2) \quad (1)$$

com

$$d_1 = \frac{\ln(A/D) + \left(r + \frac{1}{2} \sigma_A^2\right) T}{\sigma_A \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}$$

onde

E é o valor do patrimônio líquido da empresa

r é a taxa de juros livre de risco

T representa o prazo para o vencimento da dívida

$N(\cdot)$ é a função de distribuição normal acumulada

D é o valor de face da dívida

Sob as premissas do modelo de Black e Scholes (1973), a volatilidade do patrimônio líquido pode ser calculada como função da volatilidade do valor da firma, isto é, do valor dos ativos (Bharath e Shumway, 2008), corrigindo-se por uma medida de alavancagem financeira e da sensibilidade do valor do patrimônio em relação ao valor da empresa, ou seja:

$$\sigma_E = \frac{A}{E} \cdot \frac{\partial E}{\partial A} \sigma_A = \frac{A}{E} \cdot N(d_1) \sigma_A \quad (2)$$

Na aplicação prática desse método, o valor da dívida, isto é, o preço de exercício da opção foi definido como o valor contábil do passivo circulante e do exigível de longo prazo e o valor do patrimônio líquido E da empresa pode ser obtido através do produto entre o preço e quantidade de ações. Apesar de na dívida corrente estarem incluídas obrigações para fazer frente às operações de curto prazo, optou-se por estabelecer o nível crítico para *default* como o valor total das dívidas. Para fins de avaliação da probabilidade de *default* no horizonte de tempo de um ano, estabelece-se $T = 1$. Assim, os dados contábeis do último dia do ano são usados para a avaliação da probabilidade de *default* de uma empresa no ano seguinte.

A volatilidade σ_E associada ao patrimônio líquido pode ser obtida através de um mecanismo de estimação baseada em um comportamento passado de preços das ações da empresa. Ou seja, a volatilidade do patrimônio líquido pode ser estimada usando dados de mercado. Na aplicação prática desse método, a volatilidade das ações é obtida através do desvio-padrão dos retornos logarítmicos de uma amostra referente aos 252 dias anteriores ao da data de análise de risco da carteira. A taxa de juros livre de risco r pode ser obtida a partir de operações com títulos públicos com prazo compatível ao horizonte de análise da probabilidade de *default*. Na análise empírica, para cada carteira de títulos foi considerada a taxa de juros referentes a títulos do governo de cada país, para um horizonte de tempo de um ano.

Considerando o exposto anteriormente, apenas as variáveis σ_A e A não são observáveis ou passíveis de estimação através de dados de mercado. No entanto, podem ser obtidas como soluções das equações (1) e (2), uma vez que as premissas do modelo de Black e Scholes (1973) implicam que as equações devem ser obedecidas simultaneamente. Assim, de acordo com Lee (2011), o procedimento para obtenção da solução das equações envolve a aplicação de um método iterativo para cada empresa do portfólio. Diversos métodos iterativos podem ser estabelecidos para encontrar as soluções das equações (1) e (2). Neste trabalho, foi utilizado o algoritmo desenvolvido por Nelder e Mead (1965), também denominado de poliedros flexíveis, para a solução de problemas multidimensionais de equações não-lineares.

Para Bharath e Shumway (2008), no modelo de Merton, o valor de mercado dos ativos é calculado através de uma base teórica que utiliza o valor de mercado das ações como informação de entrada. A triangulação entre informações dos mercados de ações e de dívidas permite a geração da frequência de *default* esperada, medida final do modelo KMV. Quando uma nova informação sobre uma dívida é gerada, o preço e a volatilidade de suas ações reagirão, assim como o valor de mercado de seus ativos A e a volatilidade dos ativos σ_A . Mudanças nos valores de A e σ_A provocam mudanças na frequência de *default* esperada (EDF- *Expected Default Frequency*), comumente associada à probabilidade de *default*, resultado final do modelo KMV. Para empresas cujas ações negociadas em bolsa tem grande liquidez, é possível, em teoria, atualizar o seu valor EDF em questão de poucos minutos (Levy, 2008).

Além do valor de mercado dos ativos e da volatilidade dos ativos, encontrados com o algoritmo mencionado, a estimação da distância ao *default* prescinde de informação sobre a taxa de retorno μ esperado dos ativos das empresas. Nesta pesquisa, a taxa de retorno dos ativos foi calculada de duas formas diferentes: (i) a primeira forma segue uma premissa de

neutralidade a risco, inerente ao modelo de precificação de opções, com $\mu_1 = \ln(1+r)$, ou seja, a evolução dos ativos tende a acompanhar a taxa de juros livre de risco, (ii) a segunda forma envolve uma estimação de parâmetros a partir de dados históricos, com $\mu_2 = \ln(P_t/P_{t-1})$, onde P_t representa o preço da ação da empresa no instante t , ou seja, o retorno das ações da empresa no período anterior é utilizado como estimativa da taxa de retorno do ativo para o próximo período. Do ponto de vista metodológico, as duas formas podem ser relevantes para se estudar potencial de inadimplência, pois conforme Gregory (2010), enquanto mecanismos associados a neutralidade a risco derivam de dados de mercado e são tipicamente usados em aplicações de precificação, o uso de parâmetros históricos que efetivamente ocorreram geralmente fundamenta modelos de gestão de riscos. A partir das variáveis definidas anteriormente, pode-se calcular a distância de uma empresa ao *default* DD , através da equação abaixo (Bharath e Shumway, 2008):

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{A}{D}\right) + (\mu - 0,5\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}} \quad (3)$$

Considerando que o retorno dos ativos da empresa sigam uma distribuição normal, a probabilidade de inadimplência π ou EDF de cada empresa é dada por (Bharath e Shumway, 2008):

$$\pi = N(-DD) \quad (4)$$

Além do modelo KMV padrão, também é analisado um modelo sugerido por Bharath e Shumway (2008), denominado de modelo *naïve* ou ingênuo. Este modelo faz algumas simplificações para a estimação do valor dos ativos e da volatilidade dos ativos. Ao invés de usar um procedimento iterativo baseado nas equações (1) e (2), o modelo *naïve* estabelece que o valor de mercado dos ativos pode ser obtido pela soma do valor de contábil das dívidas e do valor de mercado das ações, isto é, $A = E + D$, e que a volatilidade do ativo é uma média ponderada das volatilidades da dívida e das ações, ou seja, $\sigma_A = w_E\sigma_E + w_D\sigma_D$. Os pesos w_E e w_D refletem, respectivamente, a participação do valor do patrimônio líquido E no ativo total e a participação do valor da dívida no ativo total. A volatilidade das ações σ_E pode ser estimada usando-se retorno passados das ações como no modelo padrão do KMV. A volatilidade das dívidas σ_D é dada por uma função linear da volatilidade das ações, onde, segundo Bharath e Shumway (2008), o intercepto possibilita modelar uma volatilidade mínima e o coeficiente angular possibilita associar a volatilidade com o risco de *default*.

$$\sigma_D = 0.05 + 0.25\sigma_E \quad (5)$$

No modelo *naïve* de Bharath e Shumway (2008), a distância ao *default* e a probabilidade de *default* podem ser calculadas da mesma forma que no modelo padrão do KMV. Como foram utilizadas duas taxas de retorno dos ativos, uma baseada na taxa de juros livre de risco μ_1 e a outra no retorno das ações do período anterior μ_2 foram estimadas duas probabilidades de inadimplência com cada modelo (padrão e *naïve*) para cada empresa.

4. Análise de resultados

As probabilidades de inadimplência das empresas da amostra foram geradas a partir de funções em VBA, programadas no ambiente do Microsoft Excel. A função do modelo KMV padrão inclui o algoritmo de Nelder e Mead (1965) de poliedros flexíveis para obter as soluções de um sistema de equações não-lineares, ou seja, o valor de mercado dos ativos e a volatilidade dos ativos. As variáveis de valor do ativo e de volatilidade do ativo no modelo *naïve* também foram obtidas através de funções programadas em VBA, apesar de sua formulação ser bem mais simples.

Conforme já destacado, a volatilidade anualizada das ações foi estimada a partir de preços diários de fechamento, ajustados por proventos, do ano anterior à análise de probabilidade de *default*. Dados de dívida foram obtidos no balanço de final de ano do período anterior à análise. Assim, na análise empreendida, a partir de dados de 31 de dezembro de um dado ano, estima-se a probabilidade de *default* da empresa no próximo ano.

A análise principal dos métodos do modelo KMV, seja o padrão ou o *naïve*, está associada à estimação da probabilidade de *default* do conjunto de empresas financiadas. Supõe-se que a carteira de crédito a ser investigada possui montantes iguais em títulos de dívida das empresas que compõem o Ibovespa a cada ano. Desta forma, a média aritmética dos resultados de EDFs obtidos para as empresas é considerada como a probabilidade de *default* da carteira de crédito. Para um mesmo método, conforme já discutido, são gerados resultados de estimativas de probabilidade de *default* de cada empresa, seguindo a equação (4), usando-se diferentes taxas de retorno esperado do ativo, seja através de um mundo risco-neutro, seja através de comportamento passado das ações. A média dessas estimativas é considerada como a probabilidade de *default* ou expectativa de frequência de *default* da carteira dada em percentual do número de títulos de dívida, isto é, de empresas que compõem o Ibovespa em um ano específico.

Na Tabela 1, são apresentados os resultados da frequência esperada de *default* PD_1 e PD_2 da carteira, considerando respectivamente diferentes estimativas μ_1 e μ_2 para as taxas de retorno dos ativos das empresas, bem como são descritas a média dessas taxas de retorno e das volatilidades, usando o método KVM padrão e o método *naïve*. De maneira similar à probabilidade de *default* da carteira, para cada ano, a taxa de retorno média e a volatilidade média são obtidas, respectivamente, através de uma média aritmética das taxas de retorno e das volatilidades das ações de cada empresa da carteira. Portanto, embora cada retorno esperado de ação e volatilidade de preços das ações de uma empresa esteja associada com as probabilidades de *default* da empresa através das equações (3) e (4), a média de retornos das ações, a média da volatilidade dos retornos das ações e a expectativa de frequência de inadimplência da carteira não obedecem a essas equações, pois seus valores resumem as características médias da carteira como um todo.

Tabela 1. Probabilidades médias de inadimplência da carteira

Ano	μ_1	μ_2	σ	Método padrão		Método <i>naïve</i>	
				PD ₁	PD ₂	PD ₁	PD ₂
2001	14.6%	-5.1%	46.6%	0.233%	0.344%	1.197%	11.376%
2002	17.4%	-4.8%	46.6%	0.620%	0.877%	1.756%	11.884%
2003	22.2%	-5.7%	45.3%	0.725%	0.949%	1.785%	18.967%
2004	15.1%	66.1%	36.5%	0.143%	0.053%	0.717%	2.551%
2005	16.3%	29.5%	39.8%	0.141%	0.109%	0.329%	1.281%
2006	16.6%	30.9%	40.8%	0.100%	0.032%	0.156%	2.026%
2007	12.4%	31.8%	40.6%	0.084%	0.029%	0.172%	0.199%
2008	10.7%	18.5%	39.3%	0.006%	0.016%	0.037%	0.425%
2009	11.9%	-57.3%	68.0%	3.856%	6.152%	5.687%	36.482%
2010	10.0%	66.4%	44.6%	0.132%	0.033%	0.490%	0.019%
Médias	14.7%	17.0%	44.8%	0.719%	1.048%	1.333%	8.743%

Analisando os resultados de probabilidade de *default* da carteira formada por títulos de dívida de empresas do Ibovespa, percebe-se uma certa flutuação ao longo dos anos, usando-se tanto a estimativa de retorno do ativo em um mundo risco-neutro quanto a partir do retorno histórico do período anterior. Dois anos particularmente interessantes são 2008 e 2009, representando respectivamente os períodos de menor e maior probabilidade de *default* na carteira e associados a um período anterior e posterior da crise econômica recente. Assim, do ponto de vista de crédito, as estimativas da probabilidade de *default* de 2008 podem ter sido subestimadas por levarem em consideração dados históricos de 2007. Em contrapartida, a probabilidade de *default* estabelecida para o ano de 2009 poder estar sobre-avaliando o risco de crédito, uma vez que os parâmetros levam em consideração estimativas a partir de dados de 2008.

Ressalta-se, desta forma, que o procedimento adotado na implementação do KMV realizado é vulnerável a alterações súbitas de cenários econômicos. Assim, estimativas de probabilidade de *default* podem contemplar outras formas de estimação que incorporem não somente um histórico de dados mais longo como também mecanismos de ajustes por ciclos. Neste contexto, considerando o horizonte de informações utilizado, pode-se avaliar que o KMV implementado é mais voltado ao tipo Point-in-Time (PIT), por ser sensível a mudanças de curto prazo, do que Through-The-Cycle (TTC) (Vallés, 2006). No entanto, é importante estabelecer que, mesmo em um contexto de Point-In-Time, a velocidade de atualização dos parâmetros do modelo é fundamental para evitar defasagens significativas do ajuste na probabilidade de *default* em função de mudanças nas condições de mercado.

Ainda avaliando a Tabela 1, pode-se identificar que a variabilidade nas estimativas de probabilidade *default* é maior quando se usa estimativas de taxas de crescimento de ativos μ_2 baseadas no retorno das ações no período anterior, refletindo a menor variabilidade da taxa de

juros básica usada para estimar μ_1 . Mais especificamente, quando a taxa média dos retornos dos ativos μ_2 é negativa, devido a um desempenho ruim das ações das empresas do Ibovespa, as probabilidades médias de inadimplência sobem consideravelmente, uma vez que a tendência de queda do valor dos ativos acentua a proximidade ao *default*.

Caso crítico ocorre em 2009, quando a probabilidade média de inadimplência das empresas do índice Ibovespa ultrapassou 6%, na estimativa realizada com μ_2 , e quase atingiu 4%, na estimativa com μ_1 . Essas estimativas de probabilidade, relativamente altas, de inadimplência, decorrem também da maior volatilidade fazendo com que o valor do ativo seja mais incerto, aumentando-se as chances de a empresa terminar o período em um ponto abaixo do nível crítico, entrando, conseqüentemente, em uma região de inadimplência.

No período de 2004 a 2008, quando as médias das taxas de retorno dos ativos μ_2 são positivas, o efeito é o oposto, com uma melhora na qualidade de crédito média das empresas do índice Ibovespa, com resultados EDFs anuais muito próximos a 0%, quando utilizado o modelo padrão do KMV. Adicionalmente, associando-se as volatilidades médias das ações às probabilidades médias anuais de inadimplência obtidas com o método padrão para o índice Ibovespa, percebe-se que quando a volatilidade média das ações aumenta, em 2009, cresce também a diferença entre os resultados obtidos usando-se μ_1 e μ_2 .

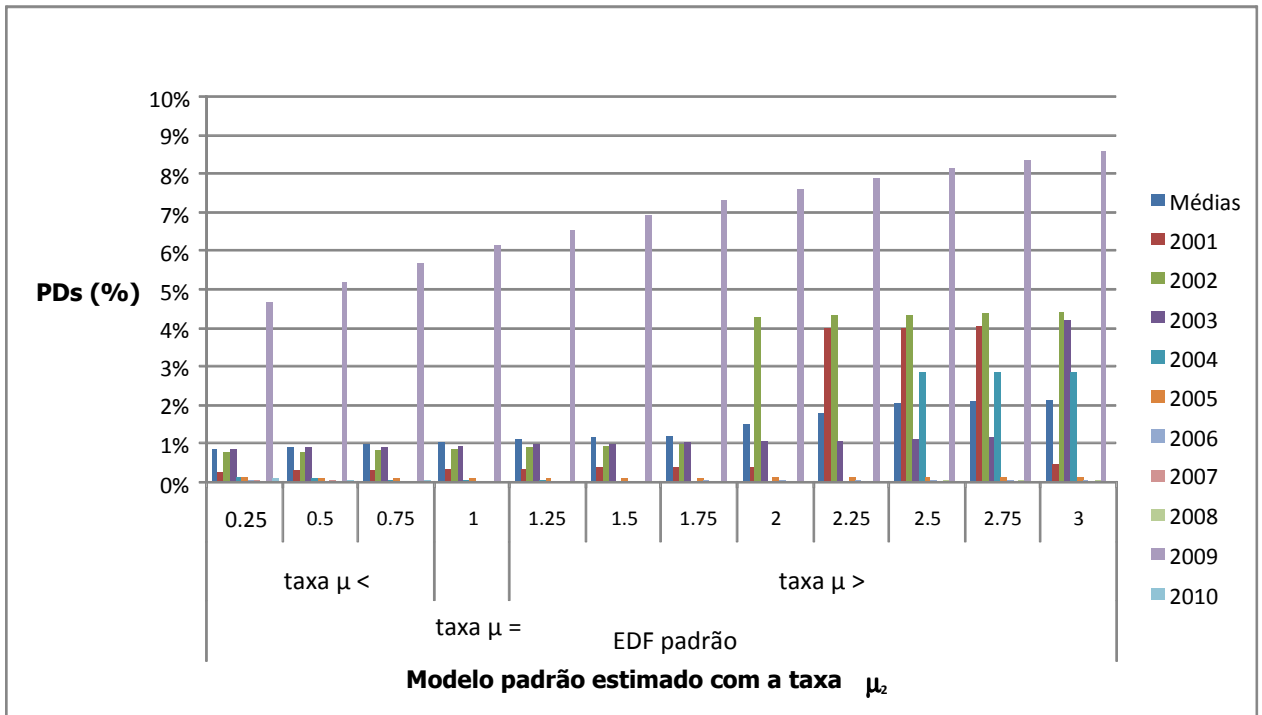
Ainda através da Tabela 1, pode-se conduzir análise semelhante para a implementação do KMV seguindo o método *naïve* proposto por Bharath e Shumway (2008). No que diz respeito à influência das taxas de retornos dos ativos μ_2 nas probabilidades de *default* médias anuais, o comportamento do modelo *naïve* foi semelhante ao do modelo padrão, no índice Ibovespa. Também com o modelo ingênuo, nos anos em que a taxa μ_2 foi negativa, foram obtidas as piores probabilidades médias de inadimplência para as empresas do índice Ibovespa. No método *naïve*, foi igualmente identificado que maiores volatilidades das ações estão associadas a diferenças maiores nas probabilidades médias de inadimplência obtidas com μ_1 e com μ_2 . Os resultados da Tabela 1 mostram ainda que, no método *naïve*, as probabilidades médias de inadimplência foram quase sempre maiores quando se usa μ_2 , com exceção do 2010. No método padrão, não há um comportamento recorrente.

Comparando-se os resultados dos métodos para a mesma taxa de retorno de ativos, identifica-se que o método padrão quase sempre estima uma probabilidade de *default* da carteira menor do que o método *naïve*, exceto para o ano de 2010, conforme Tabela 1. Assim, a qualidade de crédito das empresas do índice Ibovespa é estimada como sendo pior quando utilizado o método *naïve*. Uma avaliação qualitativa dos resultados indica que o método *naïve* parece não se adaptar adequadamente ao caso brasileiro, pois gera estimativas de probabilidade de *default* com bastante variabilidade e com magnitude pouco realistas. Por exemplo, para os anos de 2001, 2002 e 2003, o método *naïve*, com taxa de retorno de ativos dada por μ_2 , gera probabilidade de inadimplência da carteira maior que 10%, sugerindo que, de cada dez empresas do Ibovespa, uma entraria em *default* no ano seguinte. A aplicação do método *naïve* para 2009 sugere uma inadimplência de uma empresa em cada três do Ibovespa o que, certamente, a posteriori, ficou longe de ocorrer. Assim, diferente do argumento de Bharath e Shumway (2008), não se verificou a adequação do método *naïve* do KMV para o caso brasileiro.

Considera-se agora uma análise de sensibilidade dos modelos KMV implementados nesse estudo. Para verificar o comportamento dos modelos em diferentes cenários, foram aplicadas alterações nos parâmetros de entrada dos modelos. Desta forma, pode-se identificar a variabilidade da probabilidade de *default* estimada da carteira em relação a alguns

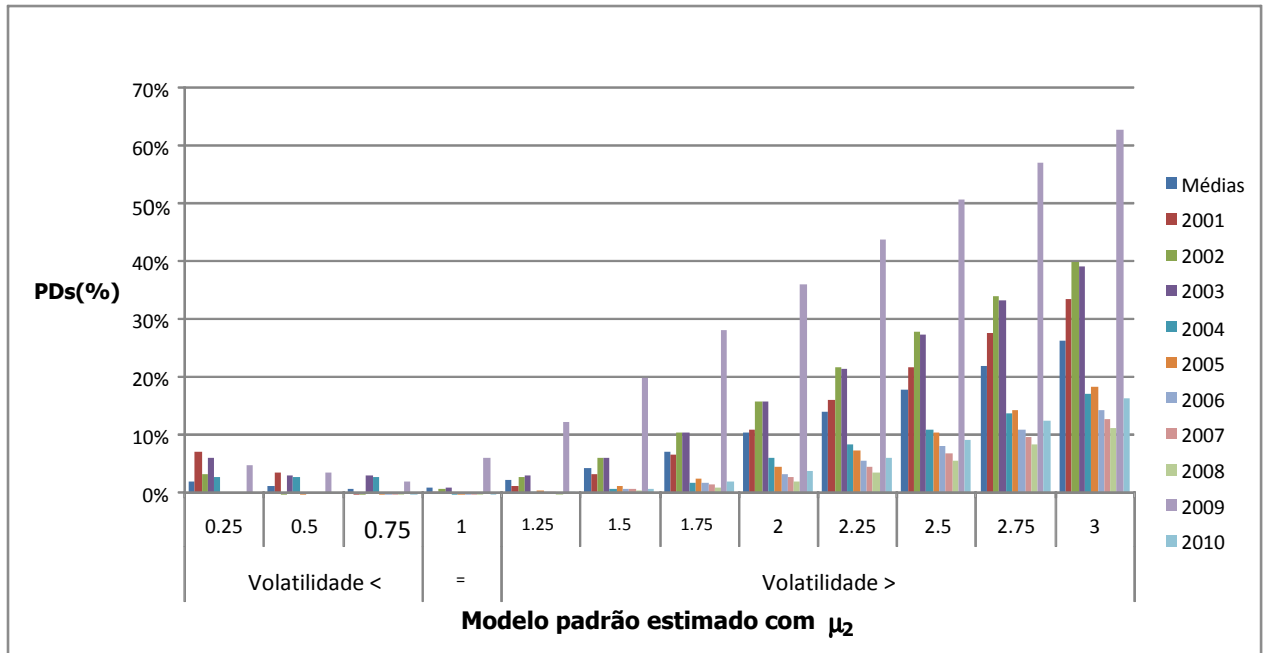
parâmetros do modelo KMV. Neste contexto, a taxa de retorno dos ativos, a volatilidade das ações e o valor das dívidas foram modificados para verificar o comportamento da probabilidade de *default* da carteira. Estes parâmetros foram multiplicados por valores entre 0,25 e 3,00. Na prática, as multiplicações correspondem a uma análise dentro de um intervalo entre 25% e 300% do valor original dos parâmetros utilizados. Desta forma, pode-se investigar o comportamento da carteira em função de diminuição ou aumento dos parâmetros.

Figura 1. Comportamento da probabilidade de *default* da carteira para variações de μ_2 no modelo padrão



Nos anos em que a taxa estimada para μ_2 é positiva, as probabilidades médias de inadimplência caem, na medida em que o valor μ_2 aumenta. Nos anos em que a taxa μ_2 é negativa, quando seu valor absoluto aumenta, a probabilidade média de inadimplência das empresas do índice aumenta, pois a tendência de decrescimento do valor dos ativos se exacerba, aumentando as chances de inadimplência. No modelo *naïve*, o comportamento dos resultados após as variações na taxa μ_2 foi bastante semelhante. As alterações nas estimativas das taxas μ_1 não surtiram o mesmo efeito, independentemente do método padrão ou *naïve*, uma vez que essa análise baseia-se em retorno dos ativos equivalente ao retorno de um ativo livre de risco, que é sempre positivo.

Figura 2. Comportamento da probabilidade de *default* da carteira para variações de σ no modelo padrão com μ_2



Uma outra análise de sensibilidade do modelo envolve avaliar como variações nas volatilidades dos retornos de cada ação influenciam a probabilidades de *default* da carteira. Como é de se esperar, em termos gerais, um aumento da volatilidade das ações causa um aumento da probabilidade de inadimplência, pois a maior variabilidade do ativo implica maiores chances de terminar o período em um patamar inferior ao valor da dívida, indicando um ponto crítico para o *default*. No caso de diminuição da volatilidade dos ativos, na maioria das situações, observa-se diminuição da probabilidade de inadimplência, tanto quando se analisa μ_1 quanto μ_2 .

Porém, no modelo padrão calculado com μ_2 , quando a volatilidade das ações é reduzida, em alguns anos, os resultados da probabilidade de *default* da carteira formada pelo Ibovespa aumentam. Este fato parece ser surpreendente, pois uma diminuição da volatilidade das ações e, conseqüentemente, dos ativos, poderia conduzir a uma menor instabilidade no valor dos ativos e menor chance de atingir um valor menor que a dívida. Este fenômeno ocorre somente nos anos em que a taxa μ_2 é negativa, caso em que existe uma tendência de o valor dos ativos das empresa mover-se em direção a linha limite do *default*. Nestas circunstâncias, sendo o valor absoluto de μ_2 suficientemente grande, o valor esperado do ativo ao final do período pode ficar em um patamar inferior ao limite do *default*. Neste caso, se a volatilidade dos ativos for baixa, existe pouca probabilidade de que o ativo possa ficar em um valor superior ao limite do *default*.

Portanto, no caso em que μ_2 é bastante negativo, uma maior volatilidade dos ativos pode inclusive diminuir a probabilidade de *default*, pois torna mais provável que realizações do valor do ativo atinjam valores acima do limite da inadimplência. No método *naïve* calculado com μ_2 , quando a volatilidade está em apenas 25% do seu valor original, os

resultados de EDFs médios ficam sempre mais baixos do que com a volatilidade inicial, aumentando progressivamente, na medida em que a volatilidade das ações assume valores maiores. Com relação à análise de sensibilidade, o método *naïve*, portanto, não detecta o mesmo fenômeno que o método padrão é capaz de absorver em seus resultados.

Com as alterações aplicadas no valor das dívidas não foram obtidos resultados surpreendentes. Na medida em que o valor das dívidas aumenta, as probabilidades médias de inadimplência sobem, tanto no método padrão quanto no *naïve*, independentemente se se usar as taxas μ_1 ou μ_2 . Esse fato é esperado, pois quanto maior a dívida, em termos relativos, mais próximo do limite de *default* fica o ativo.

A despeito de a amostra de empresas que compõem o Ibovespa ser pequena e, portanto, prejudicar análises de *backtesting* dos modelos de KMV, procedeu-se à comparação entre a probabilidade de *default* prevista e a frequência real de inadimplência de títulos emitidos por empresas do índice. Foram identificados empiricamente apenas dois eventos de inadimplências de empresas do índice Ibovespa no período 2001-2010 na plataforma Bloomberg. A partir desse dado, através de uma análise simplista, supõe-se que a inadimplência empírica das empresas do índice Ibovespa no período foi de 0,303%. Comparando os resultados dos modelos teóricos com os dados reais de inadimplências fornecidos pela Bloomberg, verificou-se que o método padrão estimado com a taxa μ_1 foi o modelo teórico que mais se aproximou da taxa de inadimplência empírica. As estimativas realizadas usando-se o método *naïve* ou as taxa μ_2 ficaram mais distantes. Todavia, deve-se ressaltar que esse mecanismo de *backtesting* é extremamente simplista e não deve ser indicativo de superioridade de métodos. A baixa quantidade de inadimplências e de empresas na amostra limita o *backtesting*. É importante observar, entretanto, que a baixa quantidade de inadimplências é um problema recorrente na análise de risco de crédito de carteiras de empréstimos para grandes empresas (Pluto e Tasche, 2006) como é o caso de empresas que fazem parte do Ibovespa.

5. Considerações finais

A implementação do modelo KMV, tanto em sua forma padrão, baseada diretamente no trabalho de Merton (1974), quanto em sua forma denominada de *naïve* sugerida por Bharath e Shumway (2008), permite a identificação de algumas limitações ou dificuldades associadas à aplicação prática. Em primeiro lugar, o modelo prescinde de dados de preços de mercado de ações e, portanto, tem sua aplicabilidade restrita a carteiras de títulos de dívida de empresas com ações negociadas em bolsas. Outra dificuldade no uso do modelo é especificar exatamente o ponto de *default*, uma vez que a inclusão de diferentes tipos de dívida, por exemplo, de curto ou de longo prazo, pode influenciar os resultados de probabilidade de *default*.

Além disso, dados necessários para obtenção dos parâmetros de entrada do modelo podem não ser facilmente obtidos ou não estão disponíveis. Por exemplo, para algumas empresas, a liquidez de algumas ações do Ibovespa é baixa, fazendo com que preços diários de negociação de ações, necessários para estimativas de volatilidade das ações ou de taxas de retornos dos ativos, não estivessem disponíveis. Nestes casos, utilizou-se o último preço negociado como dado de entrada, implicando uma subavaliação da volatilidade.

Outra questão metodológica relevante envolve o fato de que no caso brasileiro é comum a existência de dois tipos de ações: as preferenciais e as ordinárias. Apesar de a probabilidade de *default* de uma empresa ser única, o uso de preços das ações ordinárias ou das ações preferenciais para estimar parâmetros do modelo KMV pode gerar diferentes valores. No período analisado, identificou-se que as ações ordinárias, usadas na maioria das análises quando problemas de liquidez não são severos, tiveram em média, maior volatilidade. Assim, comparativamente, quando se usa dados de ações ordinárias, os resultados de probabilidade de *default* são usualmente maiores do que quando se usa dados de ações preferenciais. Outra limitação do estudo, já discutida, envolve a realização do *backtesting* para verificação da adequação do modelo KMV. O *backtesting* fica comprometido pela baixa taxa de *default* das empresas que compõem o índice Bovespa.

A despeito das limitações, as alterações nos parâmetros dos métodos do KMV padrão e do método *naïve* permitiram verificar a qualidade de crédito média das empresas do portfólio em distintos cenários possíveis. Através da análise de sensibilidade foi possível identificar que, dentre os parâmetros alterados, a volatilidade das ações e a taxa de retorno dos ativos são os dados de entrada mais críticos para a qualidade de crédito de um portfólio. Na prática, dentro de um contexto gerencial, estas variáveis devem ser vistas com especial atenção pelo gestor de crédito, para a definição das informações prioritárias para frequente acompanhamento e atualização. Assim, pode-se aprimorar o monitoramento da qualidade de crédito do portfólio no decorrer do tempo.

Os resultados comparativos indicaram que o modelo padrão pode ser uma boa alternativa para gerenciar um portfólio de crédito. O modelo *naïve* parece consistentemente superestimar o risco de crédito e, para o caso do Ibovespa, em diversos anos, apresentou estimativas de probabilidade de *default* extremamente elevadas, incompatíveis com a realidade de mercado. Por exemplo, para o ano de 2009, em uma das modelagens da taxa de retorno dos ativos, o modelo *naïve* indicou uma probabilidade de que uma em cada três empresas do índice entraria em *default* no ano subsequente. Assim, os resultados sugerem que, para o caso brasileiro, o método *naïve*, não seja uma alternativa adequada.

Finalmente, o estudo avaliou também diferentes estimativas da taxas de retorno dos ativos. Foram usadas: (i) a taxa de juros livre de risco, sob uma premissa de neutralidade a risco e (ii) a taxa histórica de retorno das ações. Evidencia-se que o uso de taxa histórica possibilita que tendências de decréscimo de ativos sejam consideradas, possibilitando uma perspectiva de análise que não é possível de se realizar em um contexto de neutralidade a risco, quando se supõe sempre que a taxa de retorno dos ativos é positiva.

Para estudos futuros, sugere-se que sejam investigadas outras formas de estimação da taxa de retorno dos ativos e das volatilidades das ações. Nesse estudo, a volatilidade das ações foi estimada com base nos retornos históricos das ações. Segundo Lee (2011), a volatilidade poderia também ser estimada implicitamente com base nos preços de mercado dos prêmios de opções sobre as ações. Entretanto, a aplicação desta metodologia para carteiras de empresas brasileiras também seria limitada, pois o número de empresas que possuem opções sobre ações negociadas em bolsa é extremamente baixo.

Bibliografia

BLACK, Fischer; SCHOLLES, Myron. The Pricing of Option and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, 637-654, 1973.

BHARATH, Sreedhar H.; SHUMWAY, Tyler. Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model. *The Review of Financial Studies*, v. 21, n. 3, 2008.

CAOQUETTE, John B.; ALTMAN, Edward. I.; NARAYANAN, Paul; NINMO, Robert. Gerenciando o risco de Crédito: o grande desafio para os mercados financeiros globais. Wiley John & Sons, 1. Ed. 1998.

CROUHY, Michel; GALAI, Dan; MARK, Robert. A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models. *Journal of Banking & Finance*, v. 24, n. 1-2, 59-117, jan. 2000.

CAPUANO, C. et al. Recent Advances in Credit Risk Modeling. International Monetary Funds. Working Paper n. 09.162. Social Science Research Network, ago. 2009. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=1462240>>. Acesso em: 10 out. 2010.

DWYER, Douglas; KORABLEV, Irina. Moody's KMV LossCalc v3.0. Moody's KMV Company, abr. 2009.

ELIZALDE, Abel. Credit Risk Models II: Structural Models. CEMFI, working paper 0606, abr. 2006.

GREGORY, Jon. Counterparty Credit Risk. UK: John Wiley & Sons, 2010.

JARROW, Robert. Default Parameter Estimation Using Market Prices. *Financial Analysts Journal*, v. 57, n.5, p. 75-84, out. 2001.

KEALHOFER, Stephen; KURBAT, Matthew. The Default Prediction Power of the Merton Approach, Relative to Debt Ratings and Accounting Variables. Moody's KMV Company, jan. 2002.

LEVY, Amnon. An Overview of Modeling Credit Portfolios. Moody's KMV Company, dez. 2008.

LEE, W-C. Redefinition of the KMV Model's Optimal Default Point based on Genetic Algorithms – Evidence from Taiwan. *Expert Systems with Applications* (2011).

MERTON, R. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, Berkeley, v. 29, n. 2, p. 449-470, 1974.

McQUOWN, John Andrew. A Comment on Market vs. Accounting-Based Measures of Default Risk. Moody's KMV Company, set. 1993.

NELDER, John A.; MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*, v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.

PATEL, Kanak; PEREIRA, Ricardo. Expected Default Probabilities in Structural Models: Empirical Events. *Journal of Real Estate Financial Economics*, v. 34, n.1, p. 107-133, 2007.

PLUTO, Katja; TASCHE, Dirk. Estimating Probabilities of Default for Low Default Portfolios. In Engelmann, B.; Rauhmeier, R. (eds), p. 79-103, Springer, 2006.

SAUNDERS, Anthony. *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value-at-Risk and other Paradigms*. New York: Wiley John & Sons, 1. Ed, 1999.

SAUNDERS, Anthony; Allen, Linda. *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value-at-Risk and other Paradigms*. New York: Wiley John & Sons, 2. Ed, 2002.

THOMAS, L. C.; OLIVER, R. W.; HAUD, D. J. A survey of the issues in consumer credit modelling research. *Journal of the Operational Research Society*, v. 56, 1006-1015, mai. 2005.

VALLÉS, Verónica. Stability of a “through-the-cycle” rating system during a financial crisis. Financial Stability Institute. Bank for International Settlements, 2006. Disponível em <http://www.bis.org/fsi/awp2006.pdf>. Acesso em 20/08/2011.