

Análise do efeito da correlação entre a volatilidade e o preço do ativo no apreçamento pelo modelo de Black & Scholes

Autores

ALBERTO SHIGUERU MATSUMOTO

Universidade Católica de Brasília

DANIEL BASTOS VITAL DE BRITO

Fundação Getúlio Vargas

1. RESUMO

O objetivo deste estudo é analisar o efeito de qualquer correlação entre a volatilidade e o valor das ações da Telemar e Petrobrás no apreçamento pelo modelo de Black & Scholes de suas opções negociadas no Brasil, no período de janeiro de 2000 a setembro de 2005. O presente estudo aponta para alguns resultados iniciais, que deverão ser aprofundados com testes empíricos adicionais. Dentre os resultados encontrados está o coeficiente de elasticidade entre a volatilidade dos retornos e o preço da ação, que se observou no intervalo entre -1 e 0, corroborando a teoria de que quedas nos preços das ações estão associados a uma maior percepção de risco relacionado com o papel e a um maior retorno exigido pelos acionistas. Os resultados apontaram diferenças sistemáticas entre os preços obtidos pelo modelo de B&S e os praticados pelo mercado. Nas opções fora-do-dinheiro na amostra, pôde-se perceber que o modelo subestima seus prêmios em média 6,86% para as opções da Telemar e 8,46% para as da Petrobrás. Em contrapartida, as opções dentro-do-dinheiro foram as que apresentaram menores diferenças entre os preços calculados pelo modelo e os preços praticados pelo mercado.

2. INTRODUÇÃO

Na década de 70, dois pesquisadores americanos, Fisher Black e Miron Scholes, desenvolveram um modelo de precificação de opções de compra e venda, do tipo europeu, de ações que não pagam dividendos. Inicialmente, por ter sido avaliado como muito acadêmico e extremamente complexo, o modelo não foi considerado de muita utilidade. Com o tempo, sua utilidade foi testada e aprovada e o modelo de precificação de Black & Scholes passou a ser o mais empregado pelos mercados financeiros, principalmente por sua fácil aplicação e por suas pequenas diferenças em relação aos preços de mercado.

Apesar de bastante difundido, o modelo de Black & Scholes apresenta alguns vieses sistemáticos, já amplamente estudados: a sub-precificação de opções fora-do-dinheiro (BLACK, 1975; GULTEKIN, 1982), a sub-precificação de opções de ações com baixa volatilidade (GULTEKIN et al, 1982; WHALEY, 1982), a sub-precificação de opções com curto tempo para vencimento (BLACK, 1975; WHALEY, 1982), o sorriso da volatilidade (volatility smile/smirk) - termo que se refere ao fato de se obter, simultaneamente, volatilidades implícitas distintas para diferentes opções da mesma ação (RUBINSTEIN, 1985; SHEIKH, 1991; DERMAN; KANI, 1994; DUAN, 1996) -, e o fato de volatilidades implícitas da mesma ação, colhidas ao mesmo tempo de opções com o mesmo preço de exercício, serem diferentes para vencimentos distintos (BLACK, 1975; WHALEY, 1982; HEYNEN et al, 1994).

Entre as premissas do modelo de B&S, tem-se que os retornos dos ativos objeto são normalmente distribuídos e que a volatilidade dos retornos é constante ao longo do tempo.

Porém, como já largamente documentado pela literatura, os retornos das ações possuem propriedades como as caudas largas, assimetria e variância mutável ao longo do tempo (BLACK, 1976), ou seja, é estocástica e varia de forma aleatória e imprevisível. No mercado brasileiro, ADLER et al. (1999) e LANARI (2000) também constatam que a premissa de volatilidade constante do preço das ações não é verificada.

HULL e WHITE (1987) analisaram alguns dos diversos vieses do modelo B&S e verificaram a relação entre a volatilidade e o valor do ativo objeto. Neste estudo, observaram que em determinados mercados existe uma correlação entre a volatilidade e a direção dos preços do ativo objeto. Como a volatilidade não é constante e varia de forma aleatória e imprevisível, em determinados períodos de tempo a volatilidade pode estar positivamente correlacionada ao valor do ativo objeto, e em outros negativamente correlacionados. Estudos realizados demonstram, entretanto, que tal correlação tende a ser negativa (CASELANI ; EID, 2004).

Conforme o artigo de HULL e WHITE (1987), quando a volatilidade está correlacionada com o preço do ativo objeto, o modelo de B&S tende a subestimar o valor das opções fora-do-dinheiro e superestimar o valor das opções dentro-do-dinheiro. Além disso, quando a correlação é inversa o modelo superestima o valor das opções fora-do-dinheiro e subestima as dentro-do-dinheiro.

O objetivo deste estudo é analisar o efeito de qualquer correlação entre a volatilidade e o valor das ações da Telemar e Petrobrás no apuração pelo modelo de B&S de suas opções negociadas no Brasil, no período de janeiro de 2000 a setembro de 2005.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Volatilidade e o Modelo de Black & Scholes

A volatilidade do preço da ação é o único parâmetro das fórmulas de precificação de Black & Scholes que não pode ser observado diretamente. Além disso, a volatilidade do ativo-objeto afeta diretamente o prêmio da opção. Quanto maior a volatilidade, maior a probabilidade de movimentos futuros em seu preço e, conseqüentemente, maior o prêmio da opção¹.

A premissa de que a volatilidade dos retornos é constante até o vencimento das opções não é verificada empiricamente e os preços das ações exibem um comportamento mais complexo que o movimento browniano geométrico. Tal deficiência gera os principais vieses do modelo. De tal forma, estudos sobre o comportamento da volatilidade têm ganhado importância na literatura de finanças.

Várias alternativas ao modelo de Black & Scholes foram desenvolvidas, como os modelos de: volatilidade estocástica, de opção composta, de difusão deslocada, de variância com elasticidade constante, puro com saltos e o de difusão com saltos. Tais modelos podem ser classificados de acordo com os vieses que produzem.

Diversas técnicas de modelagem da volatilidade estocástica também foram desenvolvidas, além da utilização da volatilidade histórica. Uma técnica que se tornou popular foi o Modelo Auto-Regressivo com Heterocedasticidade Condicional Generalizada (*Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity – GARCH*), que considera volatilidades variáveis ao longo do tempo.

¹ Alan White e John Hull conduziram vários estudos sobre o efeito da volatilidade estocástica no prêmio de uma opção e concluíram que a partir de determinado momento, sucessivos aumentos na volatilidade não irão causar, necessariamente, uma alta no prêmio das opções de compra no dinheiro.

Os modelos apresentados acima envolvem vários parâmetros não observáveis e são, portanto, mais difíceis de utilizar, daí o motivo da popularidade do modelo de Black & Scholes. Na prática os profissionais do mercado desenvolveram artifícios para lidar com as imperfeições do modelo.

O sorriso da volatilidade (*volatility smile/smirk*) refere-se ao fato de se obter, simultaneamente, volatilidades implícitas distintas para diferentes opções da mesma ação. O que se observa na prática é que as volatilidades implícitas tendem a subir à medida que são consideradas séries com preços de exercícios maiores ou menores do que os das séries que estão no-dinheiro. Ressalta-se ainda, que, frequentemente, esta tendência não se verifica no mercado de ações brasileiro (MARINS 2004).

Os profissionais do mercado de opções costumam mudar o parâmetro de volatilidade em base regular, a fim de refletir as informações de mercado mais recentes. As deficiências do modelo são controladas pelo uso de matrizes de volatilidade, elaboradas a partir dos dados mais recentes sobre volatilidade implícita, incorporando tanto o sorriso da volatilidade quanto sua estrutura a termo.

Além disso, segundo HULL e WHITE (1987):

O prêmio da opção é inferior ao preço obtido pela fórmula de Black & Scholes quando a opção está próxima a entrar no-dinheiro e maior quando ela está muito dentro ou fora-do-dinheiro. Os preços de exercício para os quais a fórmula de B&S superestima o valor justo de uma opção estão distantes do valor do ativo de aproximadamente 10%.

É importante frisar que no estudo conduzido por Hull & White, acima, foram considerados mercados com taxas de juros inferiores às do Brasil. Considerando maiores taxas de juros, o valor presente do preço de exercício pode mudar sensivelmente, principalmente para opções de prazo mais longo.

A partir dos resultados apresentados, podemos inferir que, como o modelo superestima o prêmio das opções no-dinheiro, quando o empregarmos para calcular a volatilidade implícita, estaremos subestimando-a. Ainda, quanto maior o tempo para o vencimento da opção, maior será a margem de erro.

3.2 Volatilidade e o Valor do Ativo Objeto

Os resultados obtidos nos estudos de HULL e WHITE (1987) mostraram que a tendência de preço causada pela volatilidade estocástica depende da correlação entre a volatilidade e o preço do ativo. Quando a correlação for significativamente positiva, o modelo de Black & Scholes tende a sub-precificar as opções de compra fora-do-dinheiro e super-precificar as opções de venda fora-do-dinheiro. Além disso, quando a correlação for significativamente negativa, o modelo tende a super-precificar as opções de compra fora-do-dinheiro e sub-precificar as opções de venda fora-do-dinheiro.

As tendências de preço observadas pelos autores devem-se ao fato de, quando a correlação é significativamente positiva, o aumento do preço da ação tende a aumentar a volatilidade e, portanto, a probabilidade de se obter preços altos para a ação é maior do que a obtida pelo movimento browniano geométrico.

Por outro lado, quando a correlação for significativamente negativa, quando o preço da ação sobe, a volatilidade tende a cair, tornando menos prováveis preços consideravelmente altos para a ação. Quando o preço da ação cai, a volatilidade tende a aumentar e a probabilidade de ocorrerem preços realmente baixos para a ação é maior.

Ainda, quando a correlação estiver próxima de zero, o modelo de Black & Scholes tende a estabelecer preço inferior para opções muito dentro e fora-do-dinheiro.

3.3 Volatilidade dos Retornos e Variações nos Preços: Evidências Empíricas no Mercado Brasileiro

A previsibilidade do comportamento de uma ação está relacionada com a volatilidade dos retornos dos ativos. Se a volatilidade dos retornos de uma ação segue uma lógica, é possível estimar a variação no preço do papel. Entretanto, a possibilidade de gerar alguma estimativa com relação ao comportamento de uma ação reflete que os mercados não são plenamente eficientes.

Em estudo da dinâmica do mercado acionário brasileiro, CASELANI e EID (2004) observaram a relação entre volatilidade dos retornos e preço das principais ações negociadas na Bovespa e o impacto de variáveis como volatilidade passada, alavancagem financeira, juros, retorno e giro das ações sobre a volatilidade presente desses títulos.

Os resultados mostram que o coeficiente de elasticidade da volatilidade dos retornos das ações em relação à variação no preço do papel encontra-se no intervalo entre -1 e zero, conforme previsto pela teoria. Assim, uma queda no preço dos ativos tende a determinar um aumento na volatilidade dos papéis. Ainda, mostraram que uma redução nos preços das ações está associada a um aumento na volatilidade dos retornos dos papéis².

No que tange à taxa de juros, a mesma apresentou uma relação positiva e significativa com a volatilidade dos retornos das ações. Conforme HULL (1999), um aumento na taxa de juro tende a diminuir o prêmio de uma opção de venda e aumentar o de uma opção de compra. Tais teorias, entretanto, não pressupõem mudanças em outras variáveis.

Além disso, teoricamente, as taxas de juros e os preços das ações possuem correlação negativa, ou seja, na prática, quando crescem (diminuem) as taxas de juro, os preços da ação tendem a cair (aumentar).

4. METODOLOGIA

4.1 MODELO TEÓRICO

4.1.1 Fórmula de Black & Scholes

As fórmulas de Black & Scholes para a determinação dos preços de opções de compra e venda europeias de ações sem dividendos são:

$$\begin{aligned} c &= S \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-rt} \cdot N(d_2) \\ p &= E \cdot e^{-rt} \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1) \end{aligned} \quad (1)$$

² Atualmente, há uma forte evidência indicando que a correlação entre a volatilidade e o preço das ações é negativo. Uma queda no preço da ação está associada com um maior retorno exigido pelos acionistas e, conseqüentemente, uma percepção de maior risco relacionado com o papel. Bakshi et al. (1997), Bakshi et al. (2002) e Heston (1993).

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}} \quad (2)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}} = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{t}$$

onde c é prêmio teórico da opção de compra (*call*), p é o prêmio teórico da opção de venda (*put*), S é cotação à vista do ativo objeto (*spot price*), E é o preço de exercício, r é taxa de juros nominal contínua projetada até o vencimento da opção, t é o tempo para o vencimento da opção, σ é a volatilidade do ativo objeto e e é a base dos logaritmos naturais.

4.2 PROCEDIMENTO ANALÍTICO

4.2.1 Amostra e Testes

O procedimento analítico partiu da coleta de informações, dados históricos, e posterior aplicação prática do modelo de B&S para comparação dos resultados com preços praticados pelo mercado.

A amostra inicial consiste de séries de preços de fechamento de ações e opções de compra das empresas Telemar e Petrobrás cotadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). Para o cálculo do valor das opções foi utilizado o preço da ação livre de ajustes. Para cálculo dos retornos, os preços foram ajustados para dividendos³. Os preços de exercício das observações de opções já são ajustados pela BOVESPA para dividendos.

O estudo abrangeu o período de janeiro de 2000 a setembro de 2005. A escolha do período se deve ao fato de ele englobar vários períodos de estabilidade e de crise. A escolha da Telemar e Petrobrás deve-se ao fato de as opções de compra das ações destas empresas possuírem as séries mais líquidas no período estudado.

Foram descartadas da amostra inicial as observações de opções que apresentaram dados incorretos e aquelas em que o valor de mercado foi menor que a diferença entre o preço da ação e o valor presente do preço de exercício, para se eliminar as possibilidades de arbitragem e reduzir o problema de assincronismo advindo do uso de preços de fechamento⁴.

As observações de opções com baixa liquidez, cuja diferença entre os preços dados pelo modelo e os de mercado foi significativamente maior, ocasionado pelo baixo número de negócios, foram retiradas da amostra.

Na amostra final foram consideradas 7.790 observações de opções da Telemar e 7.664 observações de ações da Petrobrás, totalizando 15.454 observações.

³ Todas as medidas com base nos retornos, tais como as volatilidades utilizadas, empregam esses preços ajustados.

⁴ Tal procedimento é necessário já que se a opção for pouco negociada, não será aceitável comparar seus preços de fechamento com os preços de fechamento da ação. Isso porque o preço de fechamento da opção poderá corresponder a um negócio às 13h e o da ação, a um negócio às 16h.

Para uma melhor análise dos resultados, a amostra foi dividida em períodos onde possa ser observado qualquer tipo de correlação entre a volatilidade e o preço do ativo objeto. Os períodos foram agrupados de acordo com o coeficiente de correlação entre a volatilidade e o preço da ação do período. Assim, eles foram classificados como $\rho > 0$, quando o coeficiente de correlação for maior que 0,20, $\rho = 0$, quando o coeficiente se situar entre -0,20 e 0,20, e $\rho < 0$, quando o coeficiente for menor que -0,20.

Além disso, as observações de opções foram agrupadas de acordo com a razão entre o preço à vista da Telemar e Petrobrás e o valor presente do preço de exercício da opção (proximidade do dinheiro). Deste modo, elas foram classificadas como fora-do-dinheiro, quando esta relação for menor que 0,95, no-dinheiro, quando se situar entre 0,95 e 1,05, e dentro-do-dinheiro, quando for maior que 1,05⁵.

A diferença média entre o preço de mercado e o preço dado pelo modelo foi dado por \sqrt{SQD}/n , onde SQD é a soma dos quadrados das diferenças percentuais entre estes preços e n é o número de observações das opções. A diferença percentual em cada observação foi dada por $(P_M - P_m)/P_m$, onde P_M é o preço da observação dado pelo modelo e P_m é o preço de mercado.

Vale ressaltar que a diferença percentual que se obtém para uma observação de opção sub-precificada poderá ser no máximo, em valores absolutos, de 100%, enquanto não há limite para as super-precificadas.

4.3 LEVANTAMENTO DOS DADOS

Os dados dos preços de fechamento, ajustados e não ajustados para dividendos, das ações da Telemar (TNLP4) e Petrobrás (PETR4) foram obtidos pela Economática. Já os dados das opções – preço de exercício, preço de fechamento do papel e data de exercício da opção - das citadas ações foram colhidos a partir da série de cotações históricas obtidas da BOVESPA para a presente pesquisa. Além disso, a série de taxas de juros (*DI over*) foi encontrada no Broadcast.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Inicialmente, conforme anteriormente descrito, procurou-se estabelecer períodos onde pode ser observado qualquer tipo de correlação entre a volatilidade e o preço dos ativos objetos. As Tabelas 1 e 2 apresentam as datas iniciais e finais de cada período estudado para as ações da Petrobrás e Telemar. Além disso, os Gráficos 1 e 2 demonstram o comportamento da volatilidade e dos preços de fechamento dos ativos objetos para os períodos. Ainda, a Tabela 3 demonstra a composição da amostra e a diferença média entre o preço de mercado e o preço dado pelo modelo.

Percebe-se que, independente da correlação entre a volatilidade e preço das ações e da proximidade do dinheiro, os prêmios calculados pelo modelo de Black & Scholes distanciam-se em média 0,4% dos preços praticados pelo mercado.

Os resultados empíricos para a precificação de opções estão descritos na Tabela 4 divididos conforme a correlação ρ_1 para cada período estudado e contendo o número de observações de opções no período, o tempo médio de vencimento e a diferença

⁵ Mesma classificação utilizada por LEMGRUBER, DONANGELO e SILVA (2001).

média percentual entre o preço de mercado e o preço dado pelo modelo, apresentados conforme a proximidade do dinheiro.

No geral, a partir dos resultados apresentados na Tabela 4, as observações de opções localizadas em períodos onde $\rho_1 < 0$ possuem diferenças percentuais superiores às observações de opções nos períodos onde $\rho_1 > 0$ ou $\rho_1 = 0$.

Tabela 1: Data inicial e final dos períodos onde pode ser observado qualquer tipo de correlação entre a volatilidade e os preços de fechamento de PETR4 (Petrobrás) e TNLP4 (Telemar).

TNLP4

Período	Data Inicial	Data Final
2000.1	26/04/00	29/05/00
2000.2	30/05/00	18/09/00
2000.3	19/09/00	28/12/00
2001.1	25/06/01	11/09/01
2001.2	12/09/01	28/12/01
2002.1	02/01/02	05/03/02
2002.2	06/03/02	24/06/02
2002.3	25/06/02	30/12/02
2003.1	02/01/03	17/06/03
2003.2	18/06/03	30/12/03
2004.1	02/01/04	30/04/04
2004.2	03/05/04	28/07/04
2004.3	29/07/04	30/12/04
2005.1	03/01/05	03/02/05
2005.2	04/02/05	29/03/05
2005.3	30/03/05	13/06/05
2005.4	14/06/05	30/09/05

PETR4

Período	Data Inicial	Data Final
2000.1	23/06/00	14/07/00
2000.2	17/07/00	09/08/00
2000.3	10/08/00	05/09/00
2000.4	06/09/00	26/10/00
2000.5	27/10/00	14/11/00
2000.6	16/11/00	28/12/00
2001.1	04/07/01	17/09/01
2001.2	18/09/01	16/10/01
2001.3	17/10/01	28/12/01
2002.1	02/01/02	19/06/02
2002.2	20/06/02	29/07/02
2002.3	30/07/02	02/09/02
2002.4	03/09/02	27/09/02
2002.5	30/09/02	14/11/02
2002.6	18/11/02	31/12/02
2003.1	02/01/03	23/04/03
2003.2	24/04/03	28/08/03
2003.3	29/08/03	31/12/03
2004.1	02/01/04	13/04/04
2004.2	14/04/04	10/05/04
2004.3	11/05/04	08/06/04
2004.4	09/06/04	01/10/04
2004.5	04/10/04	31/12/04
2005.1	03/01/05	03/03/05
2005.2	04/03/05	19/04/05
2005.3	20/04/05	25/05/05
2005.4	27/05/05	15/07/05
2005.5	18/07/05	31/08/05

Gráfico 1: Comportamento da volatilidade e dos preços de fechamento de PETR4.

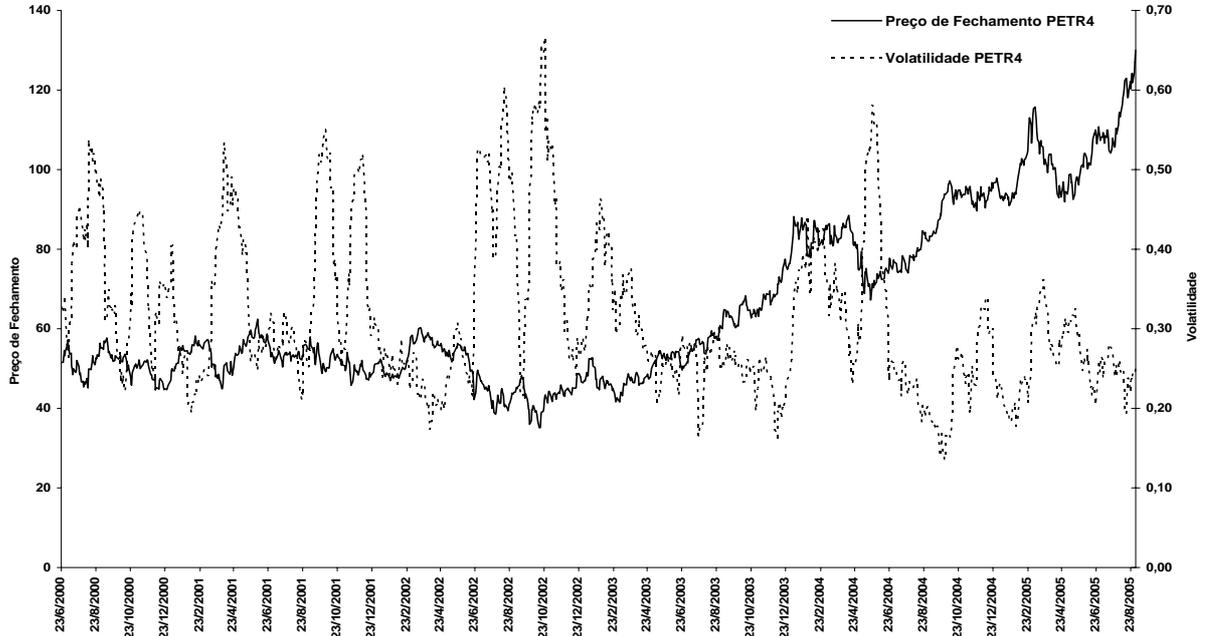


Gráfico 2: Comportamento da volatilidade e dos preços de fechamento de TNLP4.

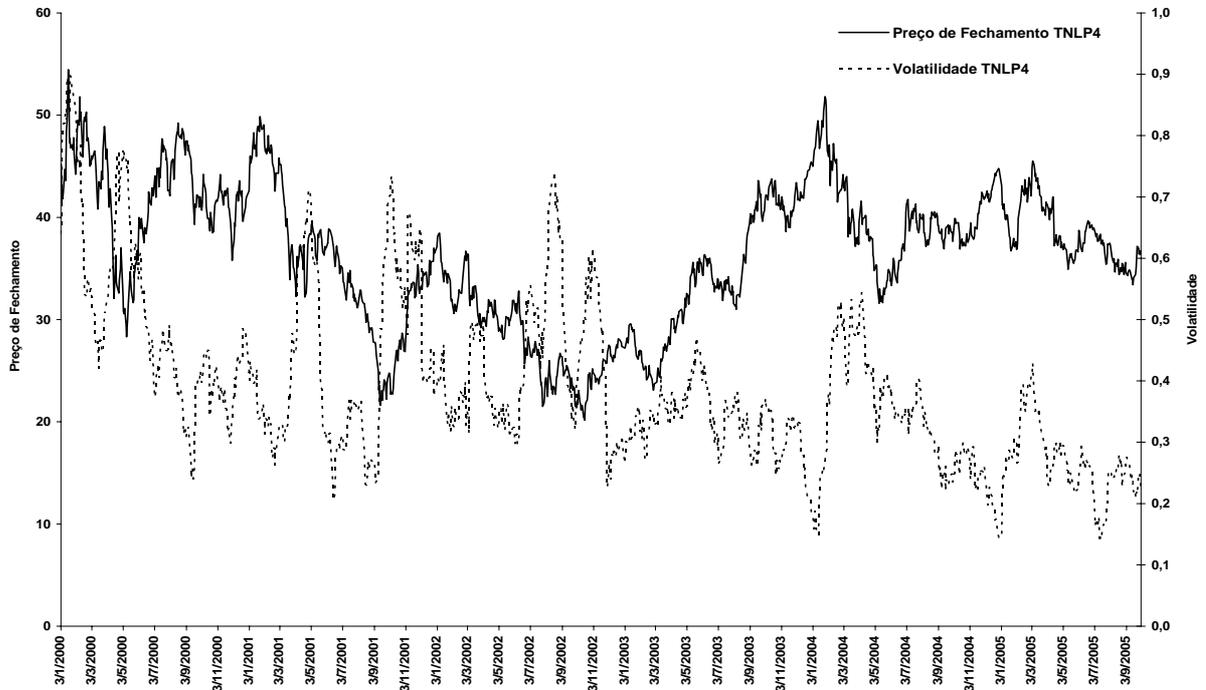


Tabela 2: Composição da amostra e diferença média entre o preço de mercado e preço dado pelo modelo.

Proximidade do dinheiro	Telemar	%	$D_{média}$	Petrobras	%	$D_{média}$
Fora-dinheiro	14	0,2%	6,86%	13	0,2%	8,46%
No-dinheiro	3.186	40,9%	0,45%	4.716	58,1%	0,59%
Dentro-do-dinheiro	4.590	58,9%	0,12%	3.385	41,7%	0,15%
Total	7.790	100,0%	0,3%	8.114	100,0%	0,42%

Os resultados demonstram, ainda, que as opções fora-do-dinheiro são sistematicamente subestimadas pelo modelo. Assim, quando $\rho_1 > 0$ as opções fora-do-dinheiro estão subestimadas em 23,19% em relação aos preços praticados pelo mercado e quando $\rho_1 < 0$ a relação é de 12,93%, o que demonstra que a distorção do modelo de Black & Scholes é acentuada quando a correlação é positiva, mas não chega a superestimar as opções fora-do-dinheiro quando $\rho_1 < 0$, conforme previsto nas hipóteses da presente pesquisa.

Cabe ressaltar, entretanto, utilizando-se a Tabela 3, que o número de observações de opções fora-do-dinheiro considerado é pouco representativo, 0,2% da amostra, o que dificulta a análise dos resultados e as conclusões decorrentes desta.

Tabela 3: Coeficiente de elasticidade da volatilidade dos retornos das ações em relação à variação no preço dos papéis TNLP4 e PETR4 (ρ_1) e a taxa de juro (ρ_2).

Papel	ρ_1	ρ_2
TNLP4	-0,13	0,09
PETR4	-0,37	0,04

Quanto à hipótese de o modelo superestimar opções dentro-do-dinheiro quando $\rho_1 > 0$ e subestimar quando $\rho_1 < 0$, os resultados demonstram que os preços observados pelo modelo pouco se distanciaram do preço das opções no mercado. A diferença média ($D_{média}$) para os três grupos de períodos de ρ_1 está localizada entre 1% e 2%.

Ressalta-se, ainda, o fato de a $D_{média}$ das opções fora-do-dinheiro serem as maiores dentre os três tipos, seguida pela $D_{média}$ das opções no-dinheiro e das dentro-do-dinheiro, o que demonstra que o modelo de Black & Scholes apresenta maiores diferenças na precificação de opções fora-do-dinheiro e, em menor escala, nas opções no-dinheiro, principalmente quando a correlação entre a volatilidade e os preços da ação é nula.

As observações de opções da Telemar apresentaram $D_{média}$ inferior às apresentadas pelas observações da Petrobrás. Enquanto a $D_{média}$ geral das opções da Telemar foi de 0,90% para períodos onde $\rho_1 > 0$, 0,57% para $\rho_1 = 0$ e 1,17% para $\rho_1 < 0$, a $D_{média}$ geral das opções da Petrobras foi de 2,89% para $\rho_1 > 0$, 1,54% para $\rho_1 = 0$ e 2,94% para $\rho_1 < 0$. A maior liquidez dos contratos de opções da Telemar pode ter ocasionado tais diferenças.

Como previsto nas hipóteses e já largamente documentado na literatura, foi possível observar que o coeficiente de elasticidade da volatilidade dos retornos das ações em relação à variação no preço do papel encontra-se no intervalo entre -1 e zero, mais especificamente conforme disposto na Tabela 4. Temos ainda maior quantidade de períodos agrupados em $\rho_1 < 0$, em relação aos outros dois grupos.

Deste modo, pode-se inferir que uma queda no preço dos ativos tende a determinar um aumento na volatilidade dos papéis, já que uma queda no preço da ação está associada com um maior retorno exigido pelos acionistas e, conseqüentemente, uma percepção de maior risco relacionado com o papel.

Com relação à correlação entre a volatilidade e a taxa de juros, não foi possível identificar relação significativa, conforme apresentado na Tabela 4. Os coeficientes de correlação encontrados encontram-se próximos de zero, mais especificamente entre 0 e 1, o que indica que não existe relação entre a volatilidade dos retornos e a taxa de juros livre de risco considerada. Conseqüentemente, não se pode afirmar que um aumento da taxa de juros levará a um aumento no prêmio da opção – ocasionada pelo aumento da volatilidade dos retornos -, pelo menos no que tange as ações da Telemar e da Petrobrás.

Tabela 4: Diferença média entre os preços dados pelo modelo de Black & Scholes e os preços de mercado de opções de ações PETR4 e TNLP4, considerando a proximidade do dinheiro.

Grupo	Período	Papel	ρ_1	Proximidade do dinheiro	Geral				Fora-do-dinheiro				No-dinheiro				Dentro-do-dinheiro			
					<i>n</i>	t médio dias	$D_{\text{percentual}} / n$	$D_{\text{média}}$	<i>n</i>	t médio dias	$D_{\text{percentual}} / n$	$D_{\text{média}}$	<i>n</i>	t médio dias	$D_{\text{percentual}} / n$	$D_{\text{média}}$	<i>n</i>	t médio dias	$D_{\text{percentual}} / n$	$D_{\text{média}}$
$\rho_1 > 0$	2000.2	PETR4	0,46	1,06	63	45	-12,04%	2,78%	7	68	-25,85%	12,02%	36	54	-15,82%	4,04%	20	43	-0,39%	1,65%
	2000.5	PETR4	0,39	1,08	72	32	5,59%	1,65%	1	67	6,90%	6,90%	28	34	15,51%	3,97%	43	30	-0,89%	0,75%
	2000.6	PETR4	0,26	1,05	130	26	-13,41%	1,73%	1	52	-50,64%	50,64%	77	28	-18,22%	2,64%	52	23	-5,57%	1,26%
	2002.2	PETR4	0,59	1,02	47	32	52,75%	9,19%	0				38	31	57,15%	11,03%	9	35	34,20%	11,68%
	2005.1	PETR4	0,71	1,04	386	26	4,00%	0,96%	0				258	25	5,87%	1,39%	128	27	0,23%	0,72%
	2005.2	PETR4	0,52	1,04	358	22	8,95%	1,03%	0				224	22	13,72%	1,59%	134	23	0,98%	0,69%
	2000.3	TNLP4	0,28	1,06	265	28	-3,97%	1,03%	0				136	28	-3,22%	1,83%	129	29	-4,76%	0,88%
	2001.1	TNLP4	0,51	1,08	218	31	-11,12%	1,06%	0				96	34	-16,73%	2,17%	122	30	-6,71%	0,80%
	2002.1	TNLP4	0,42	1,13	251	30	-4,51%	0,54%	0				85	33	-7,00%	1,35%	166	29	-3,24%	0,44%
	2003.1	TNLP4	0,70	1,11	823	22	0,85%	0,36%	0				302	26	3,76%	0,89%	521	20	-0,85%	0,22%
2005.2	TNLP4	0,68	1,08	270	23	12,98%	1,53%	0				122	25	23,97%	3,24%	148	20	3,93%	0,78%	
Média / Total	PETR4/TNLP4	0,50	1,07	2.883	29	3,64%	1,99%	9	62	-23,20%	23,19%	1.402	31	5,36%	3,10%	1.472	28	1,54%	1,81%	
$\rho_1 = 0$	2000.4	PETR4	0,05	1,08	235	31	-15,93%	1,37%	0				111	32	-24,89%	2,70%	124	29	-7,91%	0,97%
	2001.1	PETR4	0,06	1,04	178	32	-6,71%	1,34%	0				113	33	-8,56%	2,02%	65	29	-3,49%	1,10%
	2002.3	PETR4	-0,18	1,02	78	39	36,71%	4,78%	0				59	39	41,66%	6,08%	19	41	21,36%	5,31%
	2003.1	PETR4	0,05	1,05	415	23	1,82%	0,80%	0				254	25	3,88%	1,26%	161	19	-1,44%	0,57%
	2003.2	PETR4	-0,07	1,05	573	26	2,90%	0,83%	0				323	28	6,35%	1,44%	250	24	-1,56%	0,46%
	2004.1	PETR4	-0,17	1,06	541	19	12,79%	1,16%	0				334	20	19,68%	1,84%	207	18	1,67%	0,59%
	2005.3	PETR4	-0,04	1,04	214	24	9,39%	1,24%	0				142	24	14,25%	1,82%	72	24	-0,20%	0,77%
	2005.4	PETR4	-0,19	1,05	461	21	6,77%	0,77%	0				260	21	12,15%	1,34%	201	22	-0,19%	1,77%
	2002.2	TNLP4	0,19	1,11	383	32	3,55%	0,74%	0				136	35	8,70%	1,90%	247	31	0,72%	0,47%
	2004.2	TNLP4	-0,18	1,10	465	23	2,32%	0,50%	0				181	26	6,30%	1,21%	284	22	-0,22%	0,26%
2005.3	TNLP4	0,07	1,08	389	25	-2,80%	0,47%	0				162	27	-3,71%	1,03%	227	24	-2,15%	0,32%	
Média / Total	PETR4/TNLP4	-0,04	1,06	3.932	27	4,62%	1,27%	0				2.075	28	6,89%	2,06%	1.857	26	0,60%	1,15%	
$\rho_1 < 0$	2000.1	PETR4	-0,91	1,13	61	47	-14,33%	2,47%	0				22	46	-22,64%	5,77%	39	48	-9,64%	2,09%
	2000.3	PETR4	-0,84	1,08	144	40	11,35%	1,50%	1	45	11,11%	11,11%	64	42	20,79%	3,15%	79	37	20,68%	0,90%
	2001.2	PETR4	-0,57	1,04	46	28	40,31%	9,66%	0				28	28	57,66%	15,55%	18	27	13,33%	4,91%
	2001.3	PETR4	-0,30	1,03	167	35	7,13%	2,06%	2	66	-29,35%	20,96%	109	36	9,87%	2,91%	56	33	3,09%	2,10%
	2002.1	PETR4	-0,35	1,05	521	29	-1,36%	0,57%	0				295	29	-0,75%	0,95%	226	30	-2,15%	0,39%
	2002.4	PETR4	-0,72	1,05	63	29	-10,29%	2,24%	1	56	-23,04%	23,04%	34	30	-14,54%	3,63%	28	28	-4,67%	1,71%
	2002.5	PETR4	-0,41	1,04	144	28	25,82%	2,91%	0				94	26	32,58%	4,25%	50	33	13,11%	2,56%
	2002.6	PETR4	-0,32	1,07	139	20	-4,48%	1,32%	0				71	21	-6,56%	2,50%	68	19	-2,30%	0,72%
	2003.3	PETR4	-0,56	1,06	634	25	-3,44%	0,56%	0				311	24	-3,07%	1,04%	323	26	-3,79%	0,46%
	2004.2	PETR4	-0,81	1,02	100	21	3,53%	8,69%	0				78	23	5,42%	11,14%	22	13	-3,15%	1,26%
	2004.3	PETR4	-0,39	1,03	111	19	39,99%	4,75%	0				75	20	50,82%	6,80%	36	17	17,43%	3,68%
	2004.4	PETR4	-0,81	1,04	705	27	-3,59%	2,81%	0				458	28	-3,60%	4,32%	247	27	-3,58%	0,43%
	2004.5	PETR4	-0,35	1,05	606	23	3,73%	0,74%	0				370	24	6,49%	1,18%	236	21	-0,60%	0,43%
	2005.5	PETR4	-0,63	1,06	472	26	3,49%	0,85%	0				256	27	7,85%	1,53%	216	25	-1,68%	1,86%
	2000.1	TNLP4	-0,44	1,07	68	25	13,27%	3,40%	0				31	29	7,27%	23,72%	37	21	1,38%	4,51%
	2000.2	TNLP4	-0,59	1,10	428	26	-2,16%	0,86%	2	43	-8,61%	7,04%	166	28	-0,17%	2,08%	260	25	-3,37%	0,47%
	2001.2	TNLP4	-0,42	1,18	392	31	14,81%	1,36%	1	72	6,83%	6,83%	115	31	33,90%	4,17%	276	31	6,88%	0,83%
	2002.3	TNLP4	-0,26	1,11	742	30	1,67%	0,74%	11	55	-14,80%	8,62%	275	34	0,00%	1,85%	456	28	-0,26%	0,42%
	2003.2	TNLP4	-0,39	1,09	1035	24	-0,41%	0,47%	0				418	26	1,26%	1,13%	617	22	-1,54%	0,22%
	2004.1	TNLP4	-0,64	1,06	498	22	10,97%	1,24%	0				264	24	17,24%	2,25%	234	20	3,89%	0,73%
	2004.3	TNLP4	-0,62	1,07	808	27	-6,69%	0,49%	0				354	30	-10,87%	1,05%	454	24	-3,43%	0,28%
	2005.1	TNLP4	-0,79	1,09	180	24	-4,46%	1,08%	0				78	26	-5,47%	2,30%	102	22	-3,70%	0,74%
	2005.4	TNLP4	-0,26	1,07	575	24	4,27%	0,86%	0				265	26	-15,58%	1,64%	310	22	-7,79%	0,77%
	Média / Total	PETR4/TNLP4	-0,54	1,07	8.639	27	5,61%	2,25%	18	56	-9,64%	12,93%	4.231	29	7,30%	4,56%	4.390	26	1,22%	1,41%

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estudos relacionados com a dinâmica do mercado de ações têm sido frequentes na literatura de finanças, refletindo a relevância do tema. A condução de pesquisas empíricas para testar o modelo de Black & Scholes e outros modelos de precificação, entretanto, apresenta diversos problemas. Primeiramente, qualquer hipótese estatística sobre como precificar opções deve sustentar que (1) a fórmula de precificação seja correta e que (2) os mercados sejam eficientes. Se a hipótese for rejeitada, pode ser o caso de (1) ser falso, de (2) ser falso ou de ambos (1) e (2) serem falsos.

Um segundo problema é que a volatilidade de preços das ações é uma variável não observável. No caso da presente pesquisa, ela foi estimada a partir de dados históricos de preço das ações. Esta pode ser a razão da diferença entre os resultados não conclusivos aqui encontrados e os resultados obtidos por HULL e WHITE (1987) no que se refere à correlação entre a volatilidade dos retornos e os preços das ações no apreçamento de opções de ações pelo modelo de Black & Scholes. O parâmetro de volatilidade histórica de curto prazo (21 dias) é muito “nervoso”, oscila entre altos e baixos em curtos espaços de tempo.

O fato de oscilar bruscamente durante os anos estudados ocasionou a definição de períodos de pesquisa com curto espaço de tempo e conseqüentemente em amostras com poucas observações, dificultando a análise dos resultados.

Outro fator importante a ser considerado é o cenário brasileiro de altas taxas de juros, já que os estudos conduzidos por HULL e WHITE (1987) foram efetuados em mercados com taxas de juros inferiores às do Brasil. Taxas de juros maiores podem alterar sensivelmente o valor presente do preço de exercício das opções, principalmente para aqueles de prazo mais longo.

A taxa de juros considerada, *DI over*, não apresentou coeficiente de correlação significativo em relação à volatilidade do retorno das ações, apesar de apresentar-se no intervalo entre 0 e 1, diferentemente do que prevê a teoria. Ressalta-se que a presente pesquisa considerou a correlação entre a variação da taxa de juros e a volatilidade de apenas duas ações em um período de tempo restrito.

Apesar disto, o presente estudo aponta para alguns resultados iniciais, que deverão ser aprofundados com testes empíricos adicionais. Dentre os resultados encontrados está o coeficiente de elasticidade entre a volatilidade dos retornos e o preço da ação, que se observou no intervalo entre -1 e 0, corroborando a teoria de que quedas nos preços das ações estão associados a uma maior percepção de risco relacionado com o papel e a um maior retorno exigido pelos acionistas.

Além disso, os resultados apontaram diferenças sistemáticas entre os preços obtidos pelo modelo de Black & Scholes e os praticados pelo mercado. Apesar do reduzido número de observações de opções fora-do-dinheiro na amostra, pode-se perceber que o modelo subestima seus prêmios em média 6,86% para as opções da Telemar e 8,46% para as da Petrobrás.

Em contrapartida, as opções dentro-do-dinheiro foram as que apresentaram menores diferenças entre os preços calculados pelo modelo e os preços praticados pelo mercado.

Não foi possível, portanto, observar variações significativas no cálculo do prêmio das opções pelo modelo, quando considerados períodos em que pode ser observado qualquer tipo de correlação entre a volatilidade dos retornos e os preços das ações, objetivo principal da presente pesquisa. Fazem-se necessários testes adicionais com parâmetros de volatilidade

diferentes ou outros métodos de estimação deste parâmetro para encontrar resultados conclusivos acerca deste tema.

Por fim, os resultados demonstram que o modelo de Black & Scholes apresenta vieses sistemáticos no cálculo do prêmio de opções, apesar de resultar em valores próximos e de sua fácil aplicabilidade, e que o conhecimento de tais vieses é de fundamental importância em sua utilização na avaliação de opções de ações brasileiras.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADLER, A. S.; FARIA, H. B.; SANTOS, L. F.; LEMBRUGER, E.F. Árvores binomiais implícitas: aplicação para opções de Telebrás no exercício de abril de 1999. **Anais, XXIII ENANPAD**, 1999.

ALMEIDA, C. I. R.; DANA, S. Stochastic volatility in brazilian stock markets and its impacts on option pricing: an empirical investigation. Terceiro Encontro Brasileiro de Finanças. **Sociedade Brasileira de Finanças**. 2003.

BLACK, F., Fact and fantasy in use of options. **Financial Analysis Journal**, 31, 36-41 e 61-72. 1975.

_____. Studies in stock price volatility changes. **Proceedings of 1976 Meeting of The Business and Economic Statistic Section, American Statistical Association**. 177-181. 1976.

BLACK, F. & SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. **Journal of Political Economy**, 81 (3): 637-59, May 1973.

CASELANI, C. N, EID, W. Volatilidade dos retornos, variações de preços e volumes negociados: evidências das principais ações negociadas no Brasil. Quarto Encontro Brasileiro de Finanças. **Sociedade Brasileira de Finanças**. 2004.

DERMAN, R & KANI, I. Riding on a smile. **Risk**, 7, 32-39. 1994.

DUAN, J. Cracking the smile. **Risk**, 9, 55-59. 1996.

FIGUEIREDO, A. C. **Introdução aos Derivativos**. 2 ed. Ed. Pioneira Thomson Learning. 2005.

GUTELKIN, B., R. ROGALSKI, and S. Tinic. Option pricing option estimates: some empirical results. **Financial Management**, 11, 58-69. 1982.

HEYNEN, R., KEMNA, A., & VORST, T. Analysis of the term structure of implies volatilities. **Journal of Financial Quantitative Analysis**, 29, 31-46. 1994.

HULL, J.C. & WHITE, A. The pricing of options on assets with stochastic volatilities, **Journal of Finance**, 42, 281-300, June 1987.

HULL, J. C. **Opções, futuros e outros derivativos**. 4 ed. Prentice Hall, 1999.

LANARI, C.S.; SOUZA A.A.; DUQUE, J.C. Desvios em relação ao Modelo de Black & Scholes: Estudos relacionados à volatilidade dos ativos subjacentes às opções. **Anais, XIX ENEGEP**. Rio de Janeiro, 1999.

LEMBRUGER, E., DONANGELO, A. & SILVA W. **Estimadores de volatilidades para modelos de valor em risco de ativos lineares e não-lineares: Investigação para períodos de crises estáveis no mercado brasileiro**. **Gestão de Risco e Derivativos – Aplicações no Brasil**. Coppead. Ed. Atlas. 2001.

MARINS, A. C. **Mercado de derivativos e análise de risco**, v.2. Rio de Janeiro: Ed. MAS. 2004.

RUBINSTEIN, M. Nonparametric tests of alternative option pricing models using all reported \trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from august 23, 1976 through 31, 1978. **Journal of Finance**, 40, 455-480. 1985.

SHEIKH, A. Transaction data tests os S&P 100 call option pricing. **Journal of Financial Quantitative Analysis**, 26, 459-475, 1991.

SILVA NETO, L. A. **Derivativos: definições, emprego e risco**. 4 ed. São Paulo: Ed. Atlas. 2002.

_____. **Opções: do tradicional ao exótico**. 2 ed. São Paulo: Ed. Atlas. 1996.

WHALEY, R. Valuation of American call options on dividend-paying stocks. **Journal of Financial Economics**, 10, 29-58. 1982.