

# ANÁLISE DA VOLATILIDADE DOS MERCADOS BRASILEIROS DE RENDA FIXA E RENDA VARIÁVEL NO PERÍODO 1986-2006

**Nara Rosetti**  
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**Mauricio Ribeiro do Valle**  
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**Jorge Luís Faria Meirelles**  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

## RESUMO:

O presente trabalho tem como objetivo analisar a volatilidade dos mercados de renda fixa e renda variável no Brasil, no período de março de 1986 até fevereiro de 2006, por meio do CDI (Certificado de Depósito Interfinanceiro, como indicador do mercado de renda fixa, e o IBOVESPA (Índice da BOVESPA), como indicador de renda variável. Por meio da comparação da volatilidade destes ativos é possível observar se há coincidência temporal entre os dois mercados, em relação aos picos de volatilidade, devido, principalmente, à influência de variáveis macroeconômicas. Tal análise é importante para que os gestores de portfólios, que tomam decisões de como alocar os investimentos, conheçam o histórico e o corrente relacionamento entre as volatilidades dos dois mercados. As volatilidades do mercado de renda fixa e do mercado de renda variável foram calculadas por meio do desvio padrão anual dos retornos mensais e por meio de um modelo GARCH(1,1). Os resultados mostram que, no Brasil, durante o período analisado, os dois mercados apresentaram períodos coincidentes de picos de volatilidade, grande mudança no padrão comportamental das volatilidades após a implantação do Plano Real e pouca estabilidade na relação entre as volatilidades.

## 1. INTRODUÇÃO

O cenário econômico dos anos oitenta e início de noventa promovia incertezas quanto à tomada de decisão dos investidores e suas aplicações financeiras, pois havia a dificuldade em se prever como os preços de determinados ativos se comportariam no futuro, o que elevava a imprecisão em relação ao retorno, principalmente dos ativos de prazos mais longos.

No mercado brasileiro de renda fixa, por exemplo, os altos índices de inflação e conseqüentes taxas de juros do Brasil tornavam pouco atraentes os títulos pré-fixados de prazos mais longos, devido ao maior risco que esses títulos estavam sujeitos. Os investidores buscavam, no mercado de renda fixa, liquidez imediata e o máximo de proteção possível às suas carteiras. Dessa forma, o CDI *over* (Certificado de Depósito Interfinanceiro de um dia), também por ser pós-fixado, acabou por ser eleito o *benchmark* desse mercado. De acordo com a BM&F (2006) “o CDI passou a desempenhar a função de uma quase moeda para grande parte dos agentes econômicos”.

Somente o Plano Real, implantado definitivamente em 1994, obteve sucesso em relação ao controle da inflação. Com essa variável controlada, tornou-se possível uma melhor previsão do comportamento dos preços dos ativos, de seus retornos e, conseqüentemente, de suas volatilidades.

Como a tomada de decisões em alocar recursos dentre diferentes ativos esbarra na necessidade de se conhecer o histórico e o corrente relacionamento entre as volatilidades dos mercados, este trabalho tem como objetivo realizar uma análise comparativa entre as volatilidades do mercado de renda fixa e do mercado de renda variável, no Brasil, de 1986 até 2006, tomando o CDI como indicador do mercado de renda fixa e, do mercado de renda variável, o IBOVESPA.

Também são objetivos deste trabalho verificar i) se há coincidência temporal entre os picos de volatilidade ocorridos nos mercados de renda fixa e variável; ii) se há mudança considerável no padrão de volatilidade dos dois mercados após a implantação do Plano Real e iii) se existe uma relação estável entre as volatilidades dos dois mercados ao longo do tempo.

Para tal análise, este trabalho procura reproduzir para o mercado brasileiro o estudo de Reilly, Wright e Chan (2000), que verificaram a volatilidade dos mercados de renda fixa e variável nos EUA, e de Young e Johnson (2002, 2004, 2005), que replicaram a pesquisa dos autores americanos, em países europeus (Reino Unido, Suíça e Alemanha).

Espera-se, dessa forma, que este estudo contribua para melhorar a compreensão da volatilidade do mercado brasileiro de renda fixa e de renda variável, bem como auxiliar analistas e gestores do mercado de *bonds* e ações no gerenciamento de seus portfólios.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Volatilidade

Alexander (2005) esclarece que é difícil prever as variações nos preços dos ativos financeiros e, à medida que o prazo aumenta, cresce a incerteza em relação ao retorno destes ativos. Assim, a distribuição destes retornos torna-se mais dispersa, o que implica dizer que eleva a sua variância, e a medida mais comum de dispersão é o desvio padrão ( $\sigma$ ) de uma variável aleatória.

Gabe e Portugal (2003) explicam que a maioria dos modelos de previsão da volatilidade estatística se apóia no comportamento passado dos preços dos ativos, ou seja, são, por natureza, de indução retroativa. Então, de acordo com os autores, inúmeras pesquisas têm tentado determinar qual o melhor estimador de volatilidade para variáveis dos mercados financeiros.

Alexander (2005, p. 12) resume que a “verdadeira volatilidade” dificilmente será prevista *ex-ante*, pois a mesma é afetada por qualquer movimento extremo do mercado, que pode ocorrer a qualquer momento dentro do horizonte de risco do modelo. Para o autor então,

[...]se a volatilidade de uma variável do processo estocástico for constante, então a volatilidade verdadeira será usada pelo desvio padrão amostral dos retornos observados. Se o processo estocástico da variável tem uma volatilidade variável no tempo, controlada por um modelo GARCH, então a volatilidade verdadeira será aquela do modelo GARCH, estimada ao longo do período de dados históricos.

Morais e Portugal (1999) afirmam que a medida mais usada para conhecimento da volatilidade histórica de um ativo é o desvio padrão dos retornos em um determinado período de tempo e, segundo Stock e Watson (2004), o desvio padrão de uma amostra é a raiz quadrada da variância da amostra (sendo esta variância um estimador da variância da população).

Porém, os investidores e operadores do mercado financeiro não estão interessados apenas na identificação da volatilidade passada ou histórica dos ativos. Eles a usam para

entender o comportamento do preço destes ativos no passado e com isso tentar prever as possíveis oscilações a que estes ativos estão sujeitos no futuro.

Robert Engle desenvolveu o modelo ARCH em sua análise sobre as variações inflacionárias do Reino Unido, em 1982. O modelo determina que a variância condicional presente deve ser a média ponderada dos retornos ao quadrado não esperados do passado. Então, conforme Stock e Watson (2004, p. 383), o modelo ARCH seria dado por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2,$$

em que a variância  $\sigma_t^2$  depende do quadrado de valores passados de  $u_t$ , e  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  são coeficientes desconhecidos. Se esses coeficientes são positivos e os quadrados dos erros recentes são grandes, o modelo ARCH prevê que o quadrado do erro corrente será grande, em magnitude que sua variância é grande.

Porém, os modelos GARCH simples funcionam melhor para retornos de ativos do mercado financeiro que o ARCH. Alexander (2005) pontua que o modelo ARCH com coeficientes declinando exponencialmente é equivalente a um modelo GARCH(1,1). Os modelos ARCH( $p$ ) convergem para um modelo GARCH(1,1) conforme  $p$  aumenta.

O modelo completo GARCH( $p,q$ ) adiciona  $q$  termos auto-regressivos à especificação ARCH( $p$ ) de modo que a equação da variância condicional toma a seguinte forma (ALEXANDER, 2005):

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \\ \alpha_0 &> 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q \geq 0 \end{aligned}$$

Como raramente é necessário usar mais que um modelo GARCH(1,1), que possui um único erro ao quadrado e um termo auto-regressivo, o modelo seria dado por:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \\ \alpha_0 &= \omega > 0, \alpha, \beta \geq 0 \end{aligned}$$

tornando-se o modelo GARCH(1,1) equivalente a um modelo ARCH infinito, com pesos declinando exponencialmente.

Se observações sucessivas são dependentes, a volatilidade futura pode ser prevista com base nas observações passadas. Para Stock e Watson (2004, p. 303) “se o futuro é igual ao passado, então as relações históricas das séries temporais podem ser utilizadas para prever o futuro, mas se o futuro difere fundamentalmente do passado, essas relações históricas podem não ser guias confiáveis para o futuro”.

Os testes estatísticos denominados de “testes de raízes unitárias” são os relativos à hipótese nula ( $\alpha = 1$ ), de que a série de tempo não é estacionária, contra a hipótese alternativa ( $\alpha < 1$ ), de que a série é estacionária (ALEXANDER, 2005, p. 353).

Segundo Sartoris (2003), para testar a hipótese nula de  $\alpha = 1$ , pode-se realizar o teste proposto por Dickey e Fuller (DF), que chegaram a valores limites que são válidos para quando se testa a hipótese (de que  $\alpha = 1$ ). De acordo com o teste DF, subtraindo-se  $y_{t-1}$  de um modelo do tipo AR(1), tem-se que:

$$y_t = c + \alpha y_{t-1} + e_t \text{ (equação de um modelo do tipo AR(1))}$$

$$y_t - y_{t-1} = c + \alpha y_{t-1} - y_{t-1} + e_t$$

$$\Delta y_t = c + (\alpha - 1) \cdot y_{t-1} + e_t$$

$$\Delta y_t = c + \delta y_{t-1} + e_t$$

Testar se  $\alpha = 1$  equivale testar se  $\delta = 0$ . O teste é feito computando-se a estatística  $t$  como se fosse um teste comum numa regressão qualquer, mas como os limites não são dados pela distribuição de Student, a estatística é denominada  $\tau$ , e o teste é conhecido como Dickey e Fuller. Ainda de acordo com Sartoris (2003), o teste Dickey e Fuller, assim formulado, testa apenas a raiz unitária num processo do tipo AR(1). Para um processo AR( $p$ ) deve-se utilizar o teste Dickey e Fuller Aumentado (ADF), pois uma variável pode apresentar mais de uma raiz unitária.

Os testes ADF simplesmente adicionam variáveis defasadas a regressão DF, e essas defasagens devem ser suficientes para se mover qualquer autocorrelação dos resíduos. As hipóteses são:  $H_0: \beta=0$  contra  $H_1: \beta<0$ , para o modelo:

$$\Delta y_t = c + \alpha_1 \delta y_{t-1} + \beta y_t + \dots + \alpha_n \delta y_{t-n} + e_t$$

## 2.2 Estudos Anteriores

Reilly, Chan e Wright (2000) realizaram o estudo da volatilidade dos ativos *bonds* e ações para o mercado americano. Os autores analisaram as mudanças na volatilidade do mercado de *bonds* e do mercado de ações para um período de cinquenta anos (de janeiro de 1950 a dezembro de 1999) e as compararam a partir de uma análise estatística temporal.

Os autores utilizaram o *Ryan Labs Treasury Composite Bonds Index* (RTI), que inclui todos os *bonds* do tesouro com a maturidade maior que um ano desde 1949, como o índice de renda-fixa. O RTI é um indicador que emprega a metodologia usada por outras três firmas de investimento: Lehman Brothers, Merrill Lynch e Salomon Smith Barney.

Como índice que representasse as ações os autores utilizaram, como taxa de retorno, o índice S&P 500, da série da *Ibbotson Associates*.

Young e Johnson (2002, 2004, 2005) replicaram a pesquisa em países europeus: Reino Unido, Suíça e Alemanha. O estudo realizado no Reino Unido utilizou-se de dados para construção da série temporal de fevereiro de 1957 a maio de 2000. O realizado na Suíça compreende o período de fevereiro de 1964 a agosto de 2003, e por fim, a pesquisa realizada pelos autores, na Alemanha, compreende o período de fevereiro de 1957 a agosto de 2003.

Os autores então calcularam a volatilidade das duas classes de ativos. Como medidas de volatilidade foram utilizadas as mudanças dos desvios padrão das taxas de retornos mensais para o período de 12 meses.

Em seu estudo, Reilly, Chan e Wright (2000) concluíram que, nos EUA, a média da volatilidade do mercado de ações é três vezes maior do que a média da volatilidade do mercado de *bonds*, resultado semelhante ao encontrado na Alemanha, por Young e Johnson (2005). No Reino Unido, a média da volatilidade do mercado de ações é aproximadamente duas vezes maior que a média da volatilidade dos *bonds*, e na Suíça, o período analisado de trinta anos, demonstrou que a média da volatilidade do mercado de ações é quatro vezes maior que a média da volatilidade do mercado de *bonds* (YOUNG e JOHNSON, 2002, 2004).

### 2.2.2 Estudos sobre a volatilidade do mercado de renda-fixa

Segundo Reilly, Chan e Wright (2000) o significativo aumento na volatilidade das taxas de retorno durante o início dos anos 80 foi o maior fator de desenvolvimento de muitos dos instrumentos derivados de *bonds* e técnicas de gerenciamento dos portfólios de *bonds*, na passagem do final dos anos oitenta para o início dos anos noventa.

É certo que uma maior volatilidade no mercado de *bonds* eleva o risco do ativo (Longstaff e Swartz, 1993), uma vez que, de acordo com Alexander (2005), mesmo tendo-se um bom histórico do preço de um ativo, não é possível determinar exatamente como será o comportamento deste no futuro.

Em seu trabalho sobre os determinantes da volatilidade dos títulos soberanos da Argentina, México, Rússia e Brasil, de 01/01/1994 a 31/12/2002, Marçal (2004) concluiu que os choques negativos têm efeitos diferenciados na volatilidade destes títulos, gerando mais impactos negativos do que notícias relativamente boas. O autor ainda constatou, por exemplo, que existe uma espécie de “contágio” das crises financeiras nos mercados, ou seja, seus resultados mostraram que a crise do México, ocorrida no período estudado, e sua respectiva volatilidade “contaminou” os demais países.

Marçal (2004) utilizou-se do EMBI (*Emerging Markets Bonds Index*), calculado a partir de uma carteira de títulos soberanos de determinado país. Este índice foi construído pelo J.P. Morgan (1995).

Goeu e Marquering (2004) estudaram a interação intertemporal dos retornos dos mercados das ações e dos *bonds* no mercado americano, no período de janeiro de 1982 a agosto de 2001. Os resultados do estudo indicaram que más notícias nos mercados de ações e de *bonds* são tipicamente seguidas por uma maior covariância condicional, do que boas notícias. As covariâncias entre os retornos das ações e dos *bonds* tendem a ser relativamente menores depois de más notícias no mercado de ações e de boas notícias no mercado de *bonds*.

### **2.2.3 Estudos sobre a volatilidade do mercado de ações**

Jones e Wilson (1989) examinaram o preço diário das ações, de março de 1885 a outubro de 1989, para determinar se o preço das ações, nos anos 80, tornou-se mais volátil em virtude do *crash* de 1987. Eles concluíram que os anos 30 apresentaram um período de maior volatilidade e verificaram, também, que a posição relativa dos anos 80, comparada a todo o período, depende da medida de volatilidade empregada e do intervalo usado (dias ou meses).

Ceretta e Costa (1999) verificaram a volatilidade do mercado acionário de países da América Latina, os chamados países emergentes, e constataram que os eventos negativos ocorridos dentro da economia destes países (por exemplo, choques econômicos, crises políticas ou especulação financeira excessiva, característica de países emergentes), impactam mais fortemente a volatilidade do mercado acionário do que eventos positivos.

No estudo sobre a volatilidade e a informação obtida pelos operadores nas negociações das ações, Santos (2000) analisa a série de retornos diários do IBOVESPA e de 28 ações isoladas, cuja ponderação responde por mais de 90% deste índice, no período de 1º de julho de 1994 a 30 de junho de 1999, dividido em três subperíodos distintos:

- Implantação do Plano Real (de 01/07/1994 a 30/06/1995);
- Crise da Ásia (01/07/1995 a 30/06/1997);
- Crise da Rússia e o abandono, pelo Brasil, do regime de bandas cambiais (01/07/97 a 30/07/99).

O autor constatou que os retornos apresentaram alta volatilidade nos primeiros e últimos períodos e volatilidade moderada no período de 1995 a 1997.

Mota e Fernandes (2004) analisaram a série de retornos diários do IBOVESPA de 01/08/1994 a 24/10/2001, e constaram, a exemplo do estudo de Santos (2000), que o período que apresentou alta volatilidade foi o de dezembro de 1994, provavelmente associado à crise do México. Após outubro de 1997, depois de um longo período de baixa volatilidade com o

fim da crise da Ásia, a volatilidade novamente se eleva. Em agosto de 1998, período da moratória da Rússia, ocorreu outro aumento da volatilidade.

### 3 METODOLOGIA

Para este estudo foram utilizados dois indicadores: do mercado de renda fixa, o CDI (Certificado de Depósito Interfinanceiro), que é o título que lastreia as operações do mercado interfinanceiro, e do mercado de ações, o IBOVESPA, no período 1986-2006. A delimitação temporal desta pesquisa deve-se ao fato da indisponibilidade de dados referentes ao CDI, antes de março de 1986.

Segundo Assaf Neto (2005, p. 197) os CDIs são títulos que lastreiam as operações do mercado interfinanceiro. De acordo com a definição do Dicionário de Finanças da BOVESPA<sup>1</sup>, o CDI é um “título emitido por instituições financeiras com o objetivo de captar recursos de outras instituições financeiras; no jargão de mercado se diz da taxa de juros que remunera tais depósitos”.

Os dados referentes ao CDI foram coletados no banco de dados Economática<sup>®</sup> e o índice utilizado foi o CDI diário 252, que representa a taxa *over* anual. Segundo Assaf Neto (2003, p. 178) o cálculo da taxa *over* anual é processado com base em 252 dias úteis. Na série histórica desse índice encontram-se dados disponíveis desde março de 1986, data em que se inicia a análise deste trabalho. Para formação do período proposto, de vinte anos, foram considerados os dados até fevereiro de 2006.

Como *benchmark* para o mercado de renda variável, o presente trabalho utilizou-se do IBOVESPA. Esse índice, conforme conceituado pela BOVESPA (2006), é o valor atual, em moeda corrente, de uma carteira teórica de ações constituída inicialmente em 02/01/1968 (valor-base: 100 pontos), a partir de uma aplicação hipotética. O IBOVESPA retrata não apenas as variações dos preços das ações, mas, por sua metodologia considerar o impacto da distribuição de proventos, também é considerado um indicador que avalia o retorno total de suas ações componentes. A série temporal histórica do IBOVESPA foi extraída da base de dados Economática<sup>®</sup>, e a utilizada tem início em março de 2006, de modo que se permita a comparação temporal com o CDI.

#### 3.2 Medidas de Retorno e de Volatilidade

Para compor a taxa de retorno mensal do CDI foram utilizadas as taxas diárias do CDI *over* anual, que foram transformadas em taxas diárias por dia útil e então acumuladas para cada mês. O cálculo que descreve o procedimento adotado então:

$$CDI_{du} = [(1 + CDI_{over})^{\frac{1}{252}} - 1],$$

em que  $CDI_{du}$  representa a taxa diária por dia útil, e  $CDI_{over}$  a taxa *over* anual. Após conhecer as taxas diárias por dia útil, as mesmas foram acumuladas de acordo com o número apresentado de dias úteis em cada mês, para os meses correspondente dentro da amostra. Assim sendo, a taxa de retorno mensal do CDI, pode ser expressa como:

$$CDI_{mês} = [(1 + CDI_{du1}) \times (1 + CDI_{du2}) \times (1 + CDI_{du3}) \times \dots \times (1 + CDI_{duN}) - 1],$$

sendo 1, 2, 3 e N representam os dias úteis dentro de cada mês.

Como forma de se calcular o retorno mensal do IBOVESPA, foram utilizados os os

---

<sup>1</sup> Disponível no site [www.bovespa.com.br](http://www.bovespa.com.br). Acesso em 15/12/2006.

pontos de fechamento diário. Assim sendo, os retornos mensais foram calculados da seguinte forma:

$$i_{j,n} = \ln VP_{j,n} - \ln VP_{j,n-1}$$

em que  $i_{j,n}$  é o retorno diário do índice,  $\ln VP_{j,n}$  é o logaritmo neperiano do valor de fechamento do dia  $n$ , e  $\ln VP_{j,n-1}$  é o logaritmo neperiano do valor de fechamento do dia anterior.

Segundo Securato (2005) quando falamos em risco nos referimos a uma medida quantitativa: o desvio padrão. E o desvio padrão dos retornos calculados por meio da diferença dos logaritmos neperiano representa a volatilidade de uma série.

Como medidas de volatilidade foram utilizadas as duas medidas usadas pelos autores Reilly, Wright e Chan (2000):

- 1) O desvio padrão discreto das séries de retornos, calculado pelos meses “fechados”, ou seja, do primeiro mês do ano ao último mês do ano (de janeiro a dezembro de todos os anos, com exceção de 1986, em que a amostra se inicia em março, portanto de março a dezembro);
- 2) Os desvios padrão contínuos, calculados mês a mês, ou seja, do primeiro mês até os 12 meses seguintes, depois, do segundo mês até os próximos doze meses e assim sucessivamente (de março/86 a fevereiro/87, depois de abril/86 a março/87 e assim sucessivamente).

O desvio padrão anual dos retornos mensais então é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}}$$

em que  $Y_i$  representa o retorno mensal do índice,  $\bar{Y}$  a média destes retornos e  $n$  o número de observações da amostra.

Dados os resultados encontrados, a série foi dividida entre as dez maiores e as menores volatilidades anuais e verificado se os dois mercados contemplam os picos de volatilidade nos mesmos períodos. Assim, os resultados foram explicados de acordo com a oscilação das variáveis macroeconômicas e do plano econômico em que tais picos se encontram.

Foi aplicado o Teste de Hipótese para Diferença entre duas Médias (Stock e Watson, 2004) às variáveis, o qual testa a hipótese nula de que as duas séries possuem médias estatisticamente iguais. A hipótese nula é expressa por  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  e a hipótese alternativa por  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ . No teste temos  $\mu_1 = \mu_2$ , portanto,  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ . A estatística de teste foi calculada como segue:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

em que  $\bar{X}_1$  e  $\bar{X}_2$  representam as médias das séries dos desvios padrão dos retornos das variáveis em estudo, CDI e IBOVESPA e o denominador da equação é definido como o erro padrão ou erro amostral. De acordo com Stock e Watson (2004, p. 51), “para conduzir um teste com um nível de significância fixado, simplesmente calcule a estatística  $t$  da equação acima e compare-a com o valor crítico apropriado”. Em seguida, foi realizado o teste de Intervalos de Confiança para a Diferença entre duas Médias a fim de constatar se a diferença de média encontrada

entre as variáveis se encontrava dentro do intervalo, de acordo com o nível de significância ( $\alpha$ ).

Para análise do relacionamento da volatilidade dos dois mercados, foi realizada a razão dos desvios padrão das séries estudadas, as quais foram calculadas da seguinte forma nas duas partes do estudo:

$$r = \frac{\sigma_{rf}}{\sigma_{rv}},$$

sendo  $\sigma_{rf}$  o desvio padrão dos retornos do mercado de renda fixa e  $\sigma_{rv}$  o desvio padrão dos retornos do mercado de renda variável.

Também foi utilizado o processo GARCH(1,1) para as séries do CDI e IBOVESPA que equivale, a um modelo do tipo ARCH(p). Porém, para melhor adequação a este tipo de modelo, da série do CDI foi descontada a inflação (representada aqui pelo IPC) trabalhando, dessa forma, com o CDI Real. Os desvios padrão anuais foram recalculados para estes novos dados e comparados ao modelo.

Para o IBOVESPA foram calculados os retornos diários (também encontrado pela diferença entre os logaritmos), pois o modelo GARCH(1,1) converge melhor para dados diários (Alexander, 2005). O teste realizado da hipótese nula, de que as séries temporais possuíam raízes unitárias, foi o teste ADF (Dickey-Fuller Aumentado).

O modelo GARCH(1,1), o teste ADF e demais testes correspondentes foram calculados no programa Eviews®. Os cálculos anteriores, dos desvios padrão, razão e Teste de Diferença de Média foram realizados no programa MS Excel® (suplemento de estatística).

Para verificar se os resíduos do modelo possuíam autocorrelação foi aplicado o Teste ARCH-LM, disponível no aplicativo Eviews® 5.1. Esse teste é uma forma do teste do multiplicador de Lagrange e “essa estatística se distribui assintoticamente como um chi quadrado ( $\chi^2$ ) com  $p$  graus de liberdade” (ALEXANDER, 2005, p. 366).

Esse teste de autocorrelação baseia-se na comparação dos valores da estatística  $n \times R^2$  (em que  $n$  é o tamanho da amostra multiplicado pelo coeficiente de determinação  $R^2$ ) com os valores críticos da estatística  $\chi^2$ . De acordo com Gujarati (2006) se o valor obtido de  $\chi^2$  exceder o valor da estatística  $n \times R^2$ , rejeita-se a hipótese de autocorrelação dos resíduos, ou heterocedasticidade dos mesmos.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Comparação das Volatilidades dos Mercados de Renda Variável e Renda Fixa

As volatilidades dos mercados de renda fixa e variável são apresentadas, conjuntamente, pela Figura 1.

Desvio Padrão

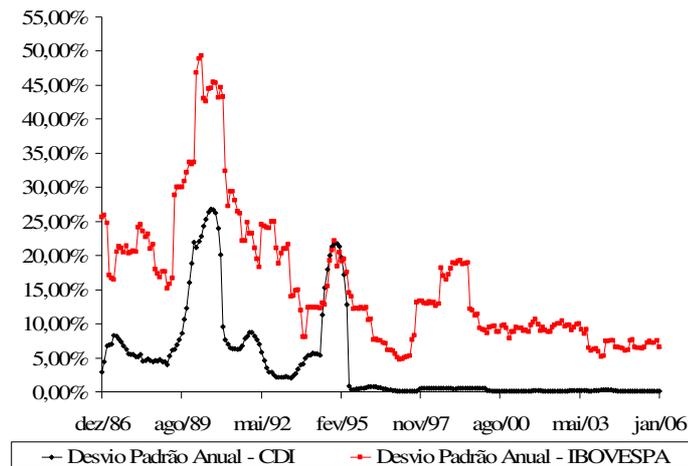


Figura 1: Desvio Padrão Anual dos Retornos Mensais –CDI e IBOVESPA – dez./86 a fev./06.

A volatilidade do mercado de renda variável é representada pela linha de cor vermelha e a linha de cor preta representa a volatilidade do mercado de renda fixa.

Pode-se observar que os dois mercados obtiveram movimentos bem semelhantes em suas volatilidades, ao longo do período analisado.

Os resultados apresentados na Figura 1 estão descritos na Tabela 1, que mostra as dez maiores e menores volatilidades do período.

Na Tabela 1, a coluna ano refere-se aos meses de dezembro de cada ano do período analisado. Equivalem aos desvios padrão discretos, ou seja, o desvio padrão calculado para cada ano, com base nos retornos mensais do ativo, considerando os meses de janeiro a dezembro. A exceção, conforme já foi mencionado, é o ano de 1986, em que o desvio padrão discreto foi calculado para os meses de março a dezembro, devido ao início da amostra.

Tabela 1: Resumo Estatístico Para os Mercados de Renda Fixa e Variável –Maiores e Menores Volatilidades.

Altas Volatilidades/Ano			Baixas Volatilidades/Ano		
CDI		IBOVESPA	CDI		IBOVESPA
Ano	Desvio Padrão do Retorno	Ano	Desvio Padrão do Retorno	Ano	Desvio Padrão do Retorno
dez/90	23,970007%	dez/90	43,13598%	dez/99	0,560264%
dez/94	21,690076%	dez/89	33,70621%	dez/97	0,516785%
dez/89	15,988864%	dez/86	25,59344%	dez/98	0,491845%
dez/91	8,198979%	dez/91	24,88140%	dez/96	0,228379%
dez/87	5,483764%	dez/94	22,18958%	dez/03	0,226339%
dez/93	4,969770%	dez/92	21,14426%	dez/01	0,162875%
dez/88	4,776202%	dez/87	20,44355%	dez/02	0,137958%
dez/86	2,895502%	dez/98	18,11125%	dez/05	0,113100%
dez/92	2,178904%	dez/88	16,75696%	dez/00	0,103321%
dez/95	0,587762%	dez/97	13,33296%	dez/04	0,099060%
				dez/95	12,17433%
				dez/01	9,92405%
				dez/02	9,80880%
				dez/99	9,34616%
				dez/93	8,10691%
				dez/00	7,83009%
				dez/05	7,18517%
				dez/03	6,31385%
				dez/96	6,01784%
				dez/04	5,97844%

Média do Desvio Padrão do CDI (N=20): 4,669%

Média do Desvio Padrão do IBOVESPA (N=20): 16,099%

Média do Desvio Padrão do CDI (N=231): 4,266%

Média do Desvio Padrão do IBOVESPA (N=231): 15,947%

Conforme exposto na Figura 1 e na Tabela 1, as altas volatilidades dos dois mercados estão presentes em grande parte nos mesmos anos. Entre as dez maiores volatilidades dos dois mercados, nove se encontram presentes no mesmo ano para as duas classes de ativos. Isso ocorre em 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1994 e 1995. Das cinco maiores volatilidades, quatro foram coincidentes entre os dois mercados, nos anos de 1989, 1990, 1991 e 1994.

Esses resultados encontrados para o mercado brasileiro diferem significativamente dos resultados encontrados nos EUA e países europeus (Alemanha, Suíça e Reino Unido), já que nesses estudos os picos de volatilidades não foram coincidentes entre os dois mercados.

Conforme observado, houve uma mudança considerável no padrão de volatilidade das duas classes de ativos, antes e depois da implantação do Plano Real, o que pode sugerir que as variáveis macroeconômicas interferem de maneira decisiva na volatilidade dos ativos do mercado financeiro, já que após a implantação do Plano Real houve estabilização da inflação, valorização cambial e redução da taxa básica de juros, em comparação ao planos e pacotes econômicos implantados anteriormente no país.

Para melhor entendimento da relação entre os dois mercados, calculou-se a razão entre as volatilidades das duas classes de ativos, ou seja, o desvio padrão dos retornos mensais do mercado de renda fixa dividido pelo desvio padrão dos retornos mensais do mercado de renda variável. A Figura 2 mostra que essa relação não é estável ao longo do tempo, já que a razão varia de 0,0064 a 1,038. A linha de tendência decrescente (obtida por meio do programa MS Excel<sup>®</sup>) ainda evidencia que a volatilidade do IBOVESPA, no decorrer do período, tem diminuído menos que a volatilidade do CDI.

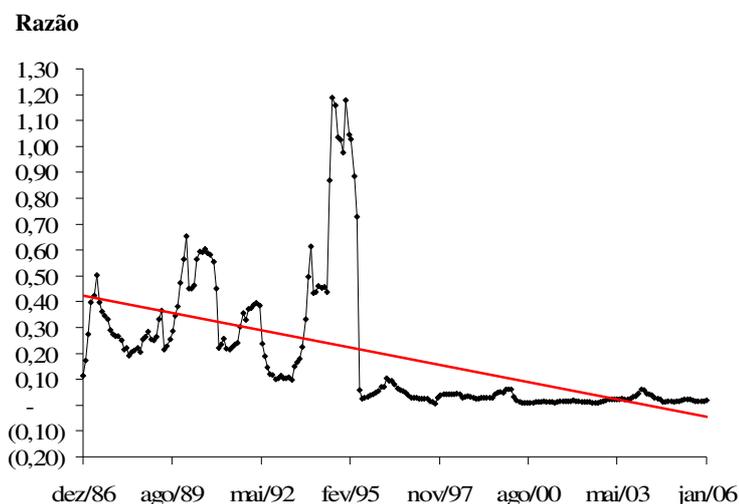


Figura 2: Razão do Desvio Padrão Anual dos Retornos Mensais –CDI e IBOVESPA – dez./06 a fev./06.

Neste ponto do estudo os resultados foram semelhantes aos encontrados pelos autores que analisaram a volatilidade dos mercados estadunidense e europeu, pois em todos os países analisados (EUA, Reino Unido, Suíça e Alemanha), as volatilidades não mantiveram padrão estável de relacionamento durante o período pesquisado pelos autores.

Como já era esperado, há uma maior concentração de maiores razões no período anterior a implantação do Plano Real, período em que as volatilidades dos dois mercados foram mais altas.

Com o objetivo de compreender o quanto um mercado foi, na média, mais volátil que o outro, no período de 1986-2006, foi realizado o Teste de Hipótese para Diferença entre Duas Médias, ao nível de significância de 5%, o qual resultou nos dados da Tabela 2:

De acordo com os valores críticos de  $z$ , expostos na Tabela 2, rejeita-se a hipótese nula de que as médias sejam estatisticamente iguais. Como a diferença entre as médias é de 0,13504 e o erro padrão ou amostral é de 0,00861, o intervalo de confiança de 95% para essa diferença é de:

$$0,13504 \pm 1,96 \times 0,00861 = (0,11814; 0,15193),$$

ou seja, estimou-se que a diferença entre as volatilidades para as duas séries encontra-se entre 0,11814 e 0,15193.

**Tabela 2: Teste-t - duas amostras para médias (IBOVESPA e CDI)**

	IBOVESPA	CDI
Média	0,177888657	0,042845922
Variância conhecida	0,01287	0,00429
Observações	231	231
Hipótese da diferença de média	0	
<b>t</b>	<b>15,67</b>	
P(Z<=z) uni-caudal	0,00	
<b>z crítico uni-caudal</b>	<b>1,64</b>	
P(Z<=z) bi-caudal	0,00	
<b>z crítico bi-caudal</b>	<b>1,96</b>	

Assim sendo, de acordo com essas estimativas, durante o período 1986-2006 a volatilidade do IBOVESPA foi cerca de 76% superior à volatilidade do CDI ( $0,13504 \div 0,1778$ ), ou cerca de 3,15 vezes maior ( $0,13504 \div 0,04284$ ). Esse resultado é semelhante ao encontrado pelos autores Reilly, Wright e Chan (2000), para os EUA, e Young e Johnson (2004), para a Alemanha, embora os autores não tenham realizado teste de diferenças de médias em suas conclusões (limitaram-se a calcular a média de cada série e compará-las).

#### 4.2 Modelo GARCH(1,1)

Para iniciar os testes do modelo GARCH é necessário conhecer se a variável CDI Real possui raízes unitárias. De acordo com o teste ADF rejeita-se a hipótese nula ( $H_0$ : há presença de raiz unitária), já que o valor do teste estatístico encontra-se fora da área de aceitação da hipótese, de acordo com os valores críticos e seus respectivos níveis de significância descritos na Tabela 3.

**Tabela 3: Teste de Raiz Unitária – ADF – CDI Real**

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.75694	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.457630	
5% level	-2.873440	
10% level	-2.573187	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

No caso dos coeficientes da equação de um modelo GARCH(1,1), a soma dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  deve ser menor que 1, se os processos de retornos forem estacionários. Segundo Alexander (2005) é somente nesse caso que as estruturas a termo da volatilidade do modelo GARCH convergem para o nível médio de longo prazo da volatilidade. Nessa situação, os índices podem ser bem modelados por um modelo GARCH (1,1).

Com a variável CDI Real, a soma dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  mostrou-se inferior a 1 ( $\alpha = 0.154946$  e  $\beta = 0.814302$ ), sugerindo a estacionariedade dos processos e a modelagem pelo GARCH(1,1), como mostra a Tabela 4. A estacionariedade dos processos sugere que a volatilidade passada pode ser um bom parâmetro para a estimativa da volatilidade futura.

Como a série do CDI Real não se apresentou como uma distribuição normal, devido ao seu excesso de curtose (*Kurtosis*: 39,465) a mesma foi estimada em uma distribuição de *Student*

**Tabela 4: Coeficientes da Equação do Modelo GARCH(1,1) – CDI Real**

Dependent Variable: CDI\_REAL  
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Student's t distribution

Variance Equation				
C	1.63E-06	9.47E-07	1.725304	0.0845
RESID(-1)^2	0.154946	0.034339	4.512300	0.0000
GARCH(-1)	0.814302	0.024980	32.39758	0.0000

A Tabela 5 evidencia que a série da variável CDI Real não apresentou autocorrelação serial nos resíduos, já que no teste ARCH – LM o valor da variável  $\chi^2$  foi superior à variável  $nR^2$ , sendo  $n$  o número de observações.

**Tabela 5:** Teste dos Resíduos ARCH- LM – CDI Real

ARCH Test:

F- statistic	0.080334	Probability	0.777093
Obs*R-squared	0.080985	Probability	0.775968

A volatilidade calculada por meio do desvio padrão se mostrou muito similar a volatilidade do modelo GARCH(1,1) para o período que antecede a implementação do Plano Real. Uma melhor ilustração da comparação da volatilidade após o período mencionado encontra-se na Figura 3. Após julho de 1994, com a estabilização da economia, o modelo GARCH(1,1) pareceu capturar melhor a volatilidade dos retornos do CDI no período do que a volatilidade calculada por meio do desvio padrão.

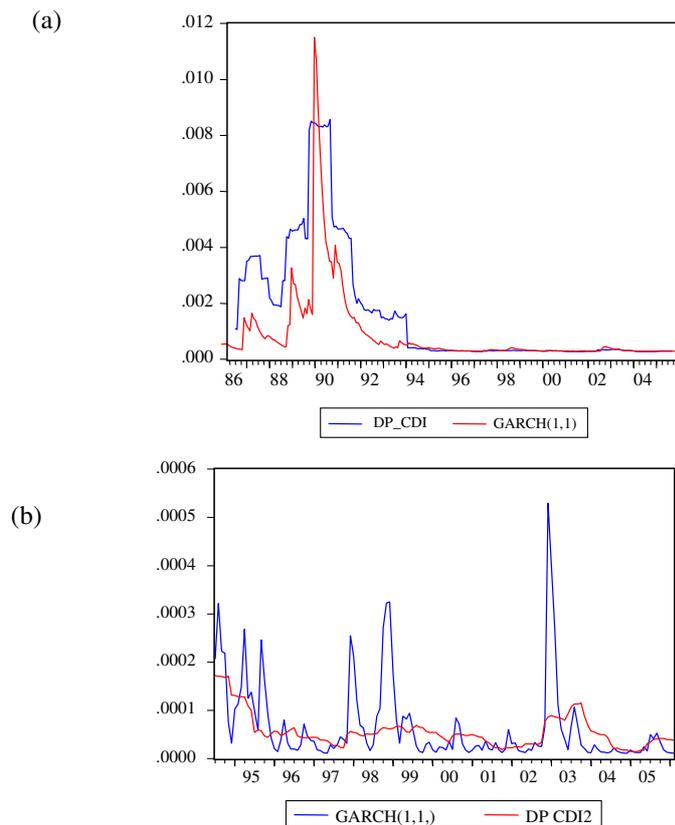


Figura 3: (a) Volatilidades GARCH(1,1) e Desvio Padrão CDI Real (de março de 1986 a fevereiro de 2006), (b) Volatilidades GARCH(1,1) e Desvio Padrão CDI Real (de julho de 1994 a fevereiro de 2006).

Os resultados dos testes referentes ao modelo GARCH(1,1) para os retornos diários do IBOVESPA constam nas Tabelas 6, 7 e 8.

No teste ADF, sob a hipótese nula de que há a presença de raiz unitária, os resultados para os três níveis de significância rejeitaram  $H_0$ , já que o valor do teste ficou acima dos valores críticos para a série da variável IBOVESPA, Tabela 6.

**Tabela 6:** Teste de Raiz Unitária – ADF – IBOVESPA

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-44.45771	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.431454	
5% level	-2.861913	
10% level	-2.567011	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

A soma dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  para a variável IBOVESPA também foi inferior a 1 ( $\alpha=0,125542$  e  $\beta=0,863354$ ), o que comprova a estacionariedade dos processos e a convergência dos dados a um modelo GARCH(1,1), como mostra a Tabela 7. A estacionariedade do processo da série do IBOVESPA leva a crer que a volatilidade passada do IBOVESPA pode ser um bom indicador de sua volatilidade futura.

**Tabela 7:** Coeficientes da Equação do Modelo GARCH(1,1) – IBOVESPA

Dependent Variable: IBOVESPA  
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

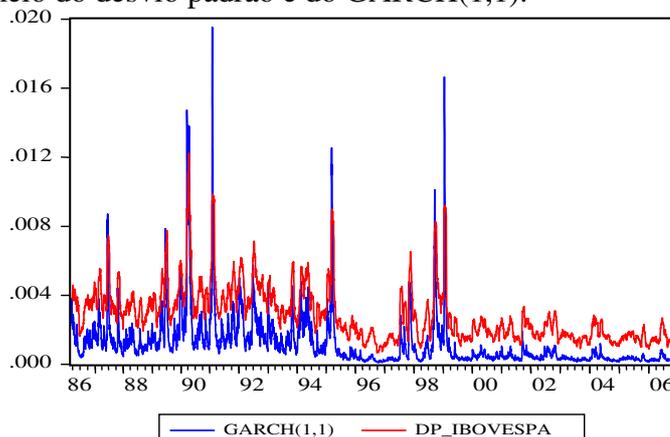
Variance Equation				
C	8.20E-06	1.41E-06	5.801441	0.0000
RESID(-1)^2	0.125542	0.006405	19.60084	0.0000
GARCH(-1)	0.863354	0.006430	135.8312	0.0000

A Tabela 8 evidencia que a série do IBOVESPA também não apresentou heterocedasticidade dos resíduos, já que no teste ARCH – LM o valor da variável  $\chi^2$  foi superior à variável  $nxR^2$ , sendo  $n$  o número de observações.

**Tabela 8:** Teste de Resíduos – ARCH-LM - IBOVESPA

ARCH Test			
F-statistic	0.194387	Probability	0.659309
Obs*R-squared	0.194456	Probability	0.659233

A figura 4 compara a volatilidade dos retornos diários da série do IBOVESPA calculada por meio do desvio padrão e do GARCH(1,1).



**Figura 4:** Volatilidades GARCH e Desvio Padrão IBOVESPA (de março de 1986 a fevereiro de 2006).

Assim como para os retornos mensais, a volatilidade dos retornos diários foi bem similar quando comparados os dois modelos. Para que a volatilidade por meio do desvio padrão se apresentasse na mesma escala que a do modelo GARCH(1,1), os desvios padrão mensais dos retornos diários foram todos divididos por 10.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho buscou analisar as volatilidades dos mercados de renda fixa e variável do Brasil, ao longo do período 1986-2006, reproduzindo para o mercado brasileiro o estudo dos autores Reilly, Wright e Chan (2000), que verificaram a volatilidade dos mercados de renda fixa e variável nos EUA e de Young e Johnson (2002, 2004, 2005), que replicaram a pesquisa dos autores americanos em países europeus: Reino Unido, Suíça e Alemanha.

Dos resultados encontrados, nove entre as dez maiores volatilidades calculadas pelos desvios padrão discretos, foram coincidentes para as duas classes de ativos (CDI e IBOVESPA), e os resultados ainda sugerem que a volatilidade do mercado acionário brasileiro foi cerca de três vezes maior que o mercado de renda fixa em um período de vinte anos (resultado semelhante aos encontrados pelos autores Reilly, Wright e Chan (2000) no mercado americano e Young e Johnson (2005) no mercado Alemão).

Os maiores picos de volatilidade entre os mercados, quando comparados o CDI ao IBOVESPA, ocorreram anteriormente à implantação definitiva do Plano Real, ou seja, antes de 1994, já que os planos econômicos adotados no país, na segunda metade da década de oitenta e início da década de noventa, não foram capazes de conter a aceleração inflacionária e nem a alta nas taxas de juros.

No que se refere ao relacionamento das volatilidades dos dois mercados, a razão entre as volatilidades dos retornos do CDI e do IBOVESPA registrou que a relação não é estável ao longo do tempo, devido ao grande intervalo encontrado na escala gráfica. Os resultados neste ponto do estudo foram semelhantes aos resultados encontrados nos mercados dos EUA, Alemanha, Suíça e Reino Unido, pois em nenhum desses a relação das volatilidades dos mercados de renda fixa e variável foi estável ao longo do tempo.

A volatilidade calculada por meio do modelo GARCH(1,1) mostrou-se muito semelhante à volatilidade calculada por meio dos desvios padrão, para os dois ativos analisados. Porém, o modelo GARCH(1,1) pareceu capturar de maneira mais eficaz os picos de volatilidade do indicador do mercado de renda fixa. As séries mostraram-se estacionárias e convergiram bem ao modelo GARCH(1,1), já que nos dois casos a soma dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  nas equações do modelo foram inferiores a 1.

Os resultados encontrados neste trabalho, antes e depois da implantação do Plano Real, sugerem que as oscilações nas variáveis macroeconômicas, como taxa de juros, inflação e crescimento, acabam por causar incertezas nos investidores do mercado financeiro e conseqüentemente nos preços dos ativos. Sugere-se assim, que trabalhos futuros estudem mais profundamente essa relação, analisando a correlação entre as séries das variáveis econômicas com os preços dos ativos.

Por fim, espera-se que este trabalho contribua para o estudo da volatilidade do mercado financeiro e que auxilie gestores de portfólios, investidores e pesquisadores em seus trabalhos futuros.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, C. **Modelos de mercado: um guia para análise de informações financeiras**. São Paulo: BM&F, 2005.
- ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. São Paulo, Atlas, 2003.
- CERETTA, P.S., COSTA JR., N.C.A.C. Influência dos eventos negativos e positivos sobre a volatilidade dos mercados da América latina. **Cadernos de Pesquisa em Administração**, São Paulo, vol. 1. n. 103, (3º. Trimestre/1999).
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation . **Econometrica**. Vol. 50, No. 4 (Jul., 1982), pp. 987-1008
- MOTA, B.S; FERNANDES, M.. Desempenho dos Estimadores de Volatilidade da Bolsa de Valores de São Paulo. **Revista Brasileira de Economia**. Rio de Janeiro.Jul/Set 2004. pp 429-448.
- GABE, J. ;PORTUGAL, M.S. **Volatilidade Implícita X Volatilidade Estatística: Uma avaliação para o mercado brasileiro a partir de dados de ações e opções da Telemar S.A.** Disponível em: [http://www.ufrgs.br/ppge/pcientifica/2003\\_11.pdf](http://www.ufrgs.br/ppge/pcientifica/2003_11.pdf). Acesso em 25/10/06.
- GOEU, P.; MARQUERING, W. Modeling the condicional variance between bonds and stock returns: a multivariate GRACH approach. **Journal of Financial Econometrics**. V.2. N. 4. pp 531- 564. 2004.
- GUJARATI, D.N. **Econometria Básica**. 3 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000.
- JONES, C. P.; WILSON, Jack W. Is stock price volatility increasing? **Financial Analyst Journal**; vol. 45, n.6; ;(Nov/Dec 1989) pg. 20.
- LONGSTAFF, F.A.; SCHATZ, E. S. Interest rate volatility and bond prices. **Financial Analysts Journal**.; vol. 49, n.4 (Jul/Aug 1993); pg. 70
- MARÇAL. E.F. **Ensaio sobre Eficiência, cointegração, componentes comuns, não linearidades na variância dos mercados financeiros: um estudo da estrutura a termo das taxas de juros e da volatilidade de títulos da dívida externa**. Tese de Doutorado. FEA/USP. São Paulo, 2004.
- MORAIS, I.A.C.; PORTUGAL, M.S. Modelagem e previsão da volatilidade determinística e estocástica para a série do IBOVESPA. **Texto para discussão – PPGE/ UFRGS**. 1999. N.3.
- REILLY, F.K.,CHAN, K.C., WRIGHT, D.J. Bond market volatility compared to stock market volatility. **Journal of Portfolio Management**. vol.27, n.1(Fall 2000); pg. 82.
- SANTOS, J.E. Volatilidade do mercado acionário brasileiro: negociação ou passagem do tempo? Um estudo empírico. **Resenha da BM&F**, n. 148. Disponível em: <http://scholar.google.com.br/scholar?hl=ptBR&lr=&q=cache:GwxNo4ekzVQJ:www3.bmf.com.br/pages/Educacional1/publicacoes/Resenha1/PDFs/Res148/Art04148.pdf+volatilidade+mercado+a% C3%A7% C3%B5es> .Acesso em 04/08/2006.
- SARTORIS, A. **Estatística e Introdução à Econometria**. São Paulo: Saraiva, 2003.
- SECURATO, J.R. **Cálculo Financeiro das Tesourarias – Bancos e Empresas**. São Paulo: Saint Paul, 2005.
- STOCK, J. H.; WATSON, M.K. **Econometria**. São Paulo: Addison Wesley, 2004.
- YOUNG. P.J.; JONHSON, R **An examination relative volatility in the German. Debt an Equity Markets**. Disponível em:

[http://www.fma.org/Stockholm/Papers/RelativeVolatilityinGermanMarkets\\_FMA.pdf](http://www.fma.org/Stockholm/Papers/RelativeVolatilityinGermanMarkets_FMA.pdf) (2005)  
. Acesso em: 20/06/06.

YOUNG. P.J.; JONHSON, R. Bond market volatility compared with stock market volatility: Evidence from the UK. **Journal of Asset Management**; Sep 2002; vol. 3, n. 2. pp 101.

YOUNG. P.J.; JONHSON, R. **Bond Market Volatility vs. Stock Market Volatility: Evidence from Switzerland**. Disponível em: <http://www.fma.org/Zurich/Papers/570191.pdf>. (2004). Acesso em: 20/06/06.