

# MENSURAÇÃO DE PASSIVO ATUARIAL DE FUNDOS DE PENSÃO: UMA VISÃO ESTOCÁSTICA

**Cícero Rafael Barros Dias**  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

**Josenildo dos Santos**  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

## RESUMO

Este estudo tem por objetivo apresentar uma visão da mensuração estocástica de passivos atuariais de fundos previdenciários através da Simulação de Monte Carlo, bem como analisar a sensibilidade em relação à alteração das tábuas de mortalidade utilizadas nos cálculos simulados. Para tanto, são consideradas como principais variáveis do modelo as taxas de mortalidade por idade, identificada como variável de entrada, e as reservas matemáticas ou passivos atuariais definidos como variável de saída do modelo. O trabalho resulta na obtenção de não somente um valor determinístico do passivo atuarial do plano previdenciário e não apenas um fluxo de pagamento de benefícios futuros, mas a distribuição de probabilidade das reservas matemáticas considerando as diferentes tábuas de mortalidade utilizadas, bem como os vários possíveis fluxos futuros de pagamento de benefícios. Com isso, o gestor do fundo de um fundo previdenciário terá mais subsídios e informações para que se sinta mais seguro em relação ao nível de risco ao qual estará exposto em relação aos passivos atuariais, que são variáveis aleatórias e não determinísticas, de forma a garantir o pagamento dos benefícios da população segurada podendo evitar, portanto, o surgimento de déficits financeiros e atuariais.

**Palavras-chave:** Fundos Previdenciários; Simulação de Monte-Carlo; Passivo Atuarial, Estocástico.

## 1 – Introdução

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPC, usualmente denotadas como Fundos de Pensão, possuem papel essencial para a qualidade de vida da população e para a economia da nação. A implantação de um fundo de pensão tem como ponto basilar para a entidade patrocinadora manter o bem-estar e a qualidade de vida de seus empregados, atendendo às suas necessidades e de seus respectivos dependentes, após a perda da capacidade laborativa do indivíduo, objetivando a manutenção do padrão de vida adquirido durante o período laboral.

Para que as finalidades dos fundos de pensão possam ser atendidas, é imprescindível um acompanhamento rigoroso e sistemático dos diversos riscos que envolvem seus ativos e passivos. Dentre os diversos riscos que envolvem essas entidades de previdência privada, destaca-se a componente biométrica utilizada nos cálculos atuariais. Os riscos biométricos estão intrinsecamente relacionados à sobrevivência dos participantes de um plano de previdência, participantes esses que devem ser analisados ano após ano com o intuito de se observar se a esperança de sobrevivência da massa está efetivamente representada pelas tábuas biométricas selecionadas para o cálculo das obrigações ou reservas matemáticas. Assim, quanto maior a

expectativa de vida dos participantes, maior será a obrigação do plano para honrar o compromisso assumido com o pagamento dos benefícios de aposentadoria.

Dentro desse contexto, garantir a solvência futura dos fundos é o grande desafio dos fundos de pensão, principalmente para aqueles que administram planos de benefício definido. Torna-se cada vez mais necessário investigar a incerteza relacionada principalmente às obrigações com o pagamento de benefícios, pois as flutuações no comportamento das expectativas de vida dos participantes representam alto risco para o fundo de pensão, para a patrocinadora e para os participantes. Assim, é necessária a utilização de novas ferramentas que proporcionem aos gestores maiores informações e subsídios na tomada de decisão.

As avaliações atuariais, obrigatórias nas entidades de previdência, se destinam em mensurar os valores das obrigações dos planos previdenciários bem como definir a forma de custeio necessário para o pagamento dos benefícios prometidos, sobretudo nos planos de benefícios definidos. Através dessas avaliações também é possível estimar o fluxo esperado de pagamento de benefícios futuros baseados, dentre outras premissas, nas probabilidades de vida dos participantes em cada ano futuro, extraídas das tábuas de mortalidade utilizadas pelos planos de benefícios, gerando um único valor médio de reservas matemáticas e apenas um fluxo de caixa médio que represente a saída de recursos até a completa extinção da massa de participantes do fundo de pensão.

Todavia, sabe-se que a esperança de sobrevivência dos participantes em cada uma das idades futuras não é uma variável determinística e sim estocástica, por possuir característica aleatória, uma vez que não se sabe ao certo até que idade cada indivíduo irá sobreviver. Portanto, qualquer modelo que empregue um único valor de reservas matemáticas e um único fluxo de caixa para o passivo atuarial seria pouco recomendado para uma avaliação mais apurada dos riscos de um plano de benefícios. Metodologias que se baseiam neste modelo acabavam por mascarar os riscos do plano. Elas continuam sem incorporar qualquer forma de risco, em se tratando de variações no fluxo esperado.

Com o desenvolvimento de programas computacionais para cálculo e simulação atuarial deu-se início a uma nova era na mensuração e gestão de riscos para os planos previdenciários. Surgiu, portanto, a possibilidade de prever situações de margem de contingência ou de oscilação de riscos, tendo como principal objetivo prevenir incertezas oriundas de variações aleatórias nos fluxos futuros esperados de pagamento de benefícios.

Assim sendo, o objetivo deste artigo é desenvolver uma aplicação prática de mensuração dos compromissos de um plano de benefícios previdenciários através da simulação de Monte Carlo aplicada à variável de sobrevivência, através dos valores médios de probabilidades de morte por idade coletados nas tábuas de mortalidade consideradas.

## **2 – Simulação do Passivo Atuarial de um Fundo de Pensão**

O passivo atuarial corresponde ao conjunto de obrigações de um plano de benefícios para com os seus participantes e assistidos. Também denominado de Reservas Matemáticas

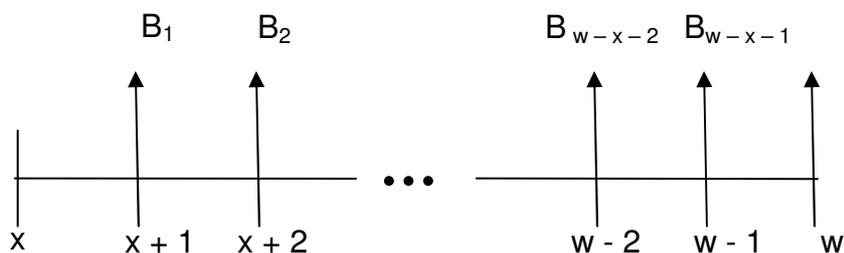
ou Provisões Matemáticas, divide-se em Reserva Matemática de Benefício Concedido e Reserva Matemática de Benefício a Conceder.

As Reservas Matemáticas de Benefícios Concedidos se referem às obrigações do plano com os assistidos, ou seja, com aqueles indivíduos que já estão em gozo de benefícios. Já as Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder tratam-se dos compromissos do plano com os participantes ainda no período laboral da vida. Ou seja, os valores que teriam direitos esses indivíduos a partir de uma data futura de aposentadoria, considerando a probabilidade de sobrevivência até tal data.

O valor do passivo atuarial de um plano de benefícios é mensurado através de um processo de cálculo chamado avaliação atuarial. A Avaliação Atuarial é elaborada a partir de dados estatísticos da população coberta tais como idade, sexo, salário, valor do benefício de aposentadoria, bem como de outros dados referentes à probabilidade de sobrevivência e morte, taxa de juros, entre outros, para os quais é necessário fazer algumas considerações, denominadas premissas ou hipóteses atuariais.

## 2.1 – Reserva Matemática de Benefícios Concedidos de um Plano de Benefício Definido.

Como dito anteriormente, as reservas matemáticas de benefícios concedidos referem-se às obrigações do plano, medidas a valor presente atuarial, com os indivíduos já em gozo de benefícios, conforme demonstração do fluxo adiante. Retratam o valor presente dos benefícios futuros, descontados à taxa de juros estimada para o retorno das aplicações (meta atuarial), considerando a probabilidade dos indivíduos estarem vivos em cada uma das idades futuras. O fluxo de benefícios e a formulação de cálculo da reserva estão demonstrados abaixo:



$$RMBC_j = \sum_{t=1}^{w-x-1} {}_tP_x \times B_t \times \frac{1}{(1+i)^t}$$

$$\text{RMBCT} = \sum_{p=1}^n \text{RMBC}_j$$

Onde:

$x$  = idade do assistido  $p$  na data do cálculo;

$w$  = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

$B$  = valor do benefício previdenciário;

$\text{RMBC}_p$  = reserva matemática de benefício concedido referente ao assistido  $p$ ;

$\text{RMBCT}$  = reserva matemática de benefício concedido total;

$i$  = meta atuarial ou taxa de juros atuarial utilizada para o desconto no cálculo do valor presente do benefício;

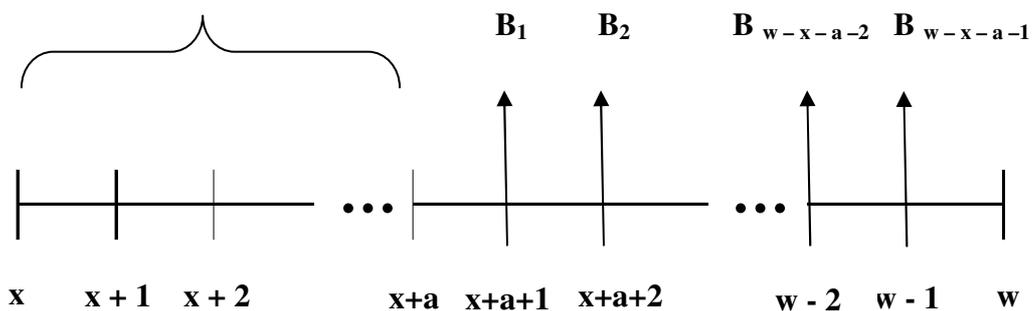
${}_t p_x$  = probabilidade de o indivíduo viver da idade  $x$  por mais  $t$  anos;

$n$  = número de assistidos do plano.

## 2.2 – Reserva Matemática de Benefícios a Conceder de um Plano de Benefício Definido

A Reserva Matemática de Benefício a Conceder, ao contrário da Reserva de Benefício Concedido, corresponde ao compromisso do plano com os participantes ainda em atividade. É a obrigação referente àqueles que ainda não estão em gozo de benefícios. No dimensionamento deste compromisso inclui-se a probabilidade do indivíduo viver até a data em que estaria elegível a um benefício do plano, conforme fluxo a seguir:

Período até a data da aposentadoria



$$\text{RMBaC}_j = {}_a p_x^{aa} \times \sum_{t=1}^{w-x-a-1} {}_t p_{x+a} \times B_t \times \frac{1}{(1+i)^{t+a}}$$

$$\text{RMBaCT} = \sum_{p=1}^n \text{RMBaC}_j$$

Onde:

$x$  = idade do participante  $p$  na data do cálculo;

$w$  = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

$B$  = valor do benefício previdenciário projetado;

$\text{RMBaC}_p$  = reserva matemática de benefício a conceder referente ao participante  $p$ ;

$\text{RMBaCT}$  = reserva matemática de benefício a conceder total;

$i$  = meta atuarial ou taxa de juros atuarial utilizada para o desconto no cálculo do valor presente do benefício;

${}_t p_x$  = probabilidade de o indivíduo viver da idade  $x$  por mais  $t$  anos;

${}_a p_x^{aa}$  = probabilidade de o indivíduo viver da idade  $x$  até a idade da aposentadoria  $x+a$ ;

$n$  = número de participantes do plano.

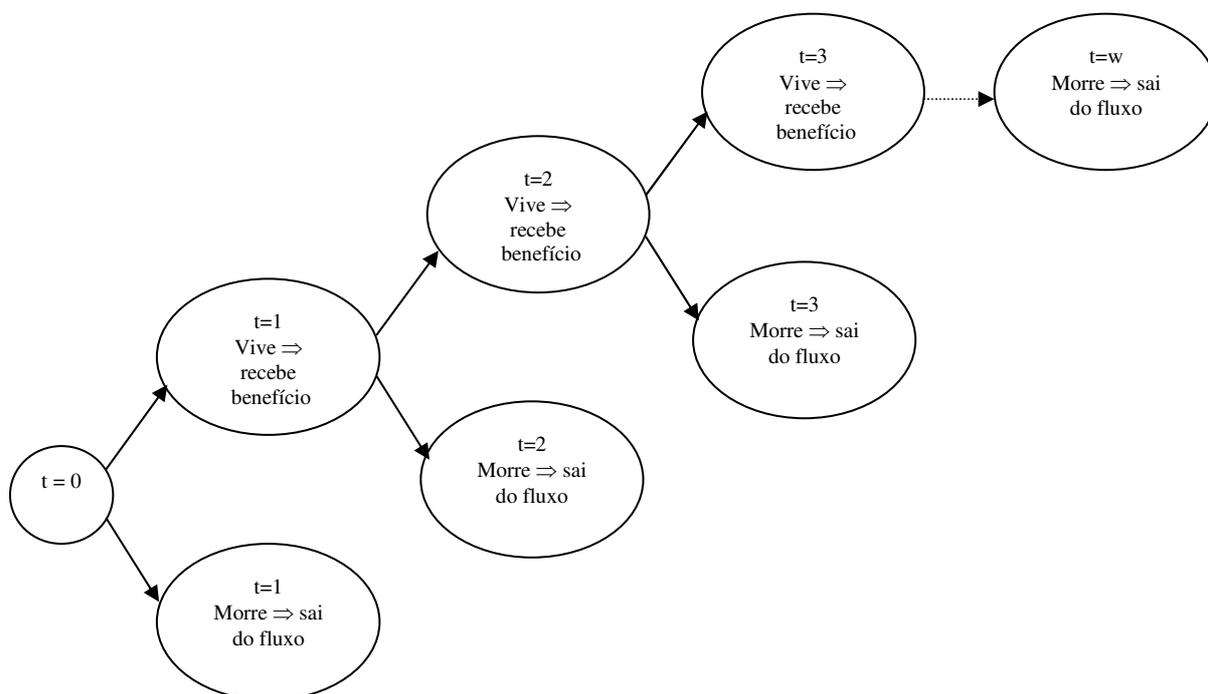
### 2.3 – Procedimento Metodológico

O objetivo da simulação em estudo é prover o tomador de decisão de uma EFPC de informações adicionais referentes aos seus compromissos, obter a distribuição de probabilidade das suas obrigações, para que se sinta mais seguro em relação ao nível de risco ao qual estará exposto, de forma a garantir o pagamento dos benefícios da população segurada.

No estudo, será utilizada como variável de entrada do modelo as taxas de mortalidade dos indivíduos em cada uma das idades, e a variável de saída ou dependente, será o valor das reservas matemáticas, isto é, o valor do passivo atuarial do plano de previdência em análise. Para simulação do passivo utilizou-se a população da base de dados de um fundo de pensão hipotético que administra um plano de benefícios do tipo Benefício Definido, onde todos os indivíduos estão em fase de usufruto de aposentadoria, perfazendo um total de 3861 pessoas.

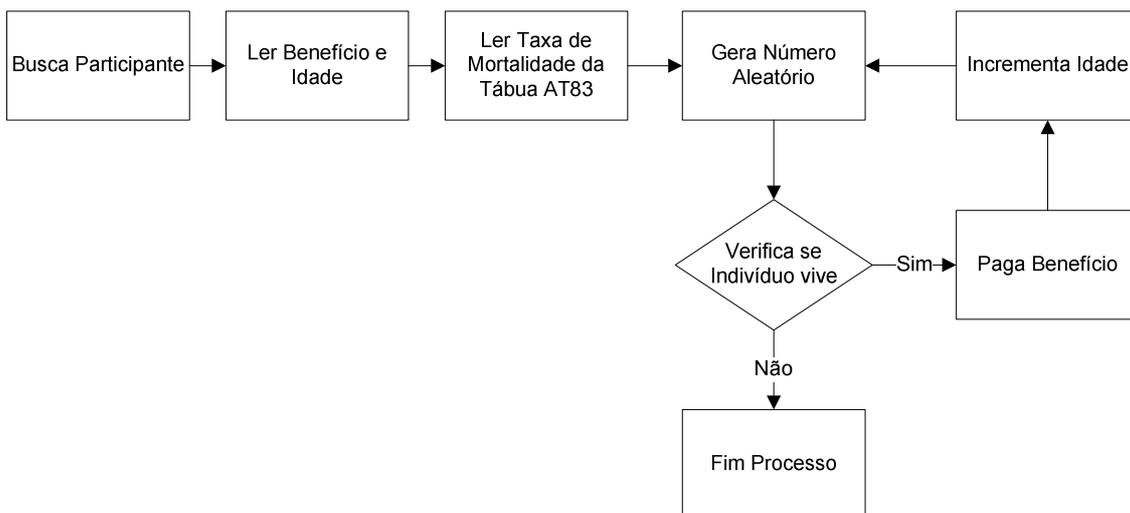
O algoritmo da simulação foi desenvolvido pelo Autor em *Visual Basic*, onde foi necessário um tempo aproximado de 4 horas para cada rodada de 1000 simulações, envolvendo os 3861 indivíduos. O algoritmo computacional da simulação do passivo atuarial consiste em selecionar indivíduo a indivíduo, coletar suas informações específicas sobre idade e valor de benefício e, através da geração de números aleatórios seguindo uma distribuição uniforme, e da utilização da tábua de mortalidade selecionada pela Entidade de Previdência como a distribuição de probabilidade das taxas de morte dos indivíduos em cada uma das idades, verificar que eventos ocorrem entre o tempo  $t$  e  $t+1$ , com  $t$  variando entre  $x$  anos, que corresponde à idade do indivíduo na data da simulação e  $w$  anos, que é a idade inalcançável (probabilidade de morte de 100%) da tábua de mortalidade utilizada. Assim, os eventos prováveis de ocorrência na simulação são: o indivíduo recebe o benefício no instante  $t$  caso

esteja vivo e; o indivíduo morre no instante  $t$  e sai do fluxo sem receber mais nenhum benefício futuro, como demonstrado na árvore de probabilidade a seguir:



**Figura 1: Árvore de probabilidade da simulação**

Assim sendo, para se verificar se o indivíduo vive ou morre até completar a próxima idade, sorteia-se um número aleatório entre 0 e 1, utilizando-se uma distribuição uniforme, onde cada número do intervalo tem a mesma probabilidade de ocorrência e, dado que o número foi sorteado, é verificado se o mesmo está acima ou abaixo da taxa de mortalidade extraída da tábua de mortalidade utilizada pela EFPC referente à idade do indivíduo. Portanto, caso o valor esteja abaixo da taxa de mortalidade identificada, considera-se que o indivíduo morre e não recebe o respectivo benefício. Caso contrário, ou seja, se o valor do número aleatório sorteado for maior que a taxa de mortalidade extraída da referida tábua, o indivíduo vive e recebe o benefício naquele instante. Abaixo segue o fluxograma que representa a simulação efetuada.



**Figura 2: Fluxograma do processo de simulação**

### 3 – Apresentação e Análise dos Resultados

Para a simulação do passivo atuarial foram utilizados dados de indivíduos fornecidos por um Fundo de Pensão, onde se criou um plano hipotético do tipo Benefício Definido, contendo 3861 pessoas em recebimento de benefícios previdenciários.

Nos cálculos foram utilizadas algumas premissas básicas referentes ao comportamento biométrico da população utilizada, correspondente à tábua de mortalidade, bem como referente à taxa de juros empregada para desconto dos fluxos de benefícios futuros encontrados na simulação.

Portanto, as reservas matemáticas dos indivíduos foram calculadas em função das premissas definidas abaixo:

- Tábua de mortalidade: AT49<sup>1</sup> e AT83<sup>2</sup>;
- Taxa de juros: 6% ao ano.

Os valores encontrados para as reservas matemáticas estocásticas encontram-se nas tabelas a seguir:

<sup>1</sup> *United States Individual Annuity Mortality Table – 1949* (ver [www.soa.org.br](http://www.soa.org.br))

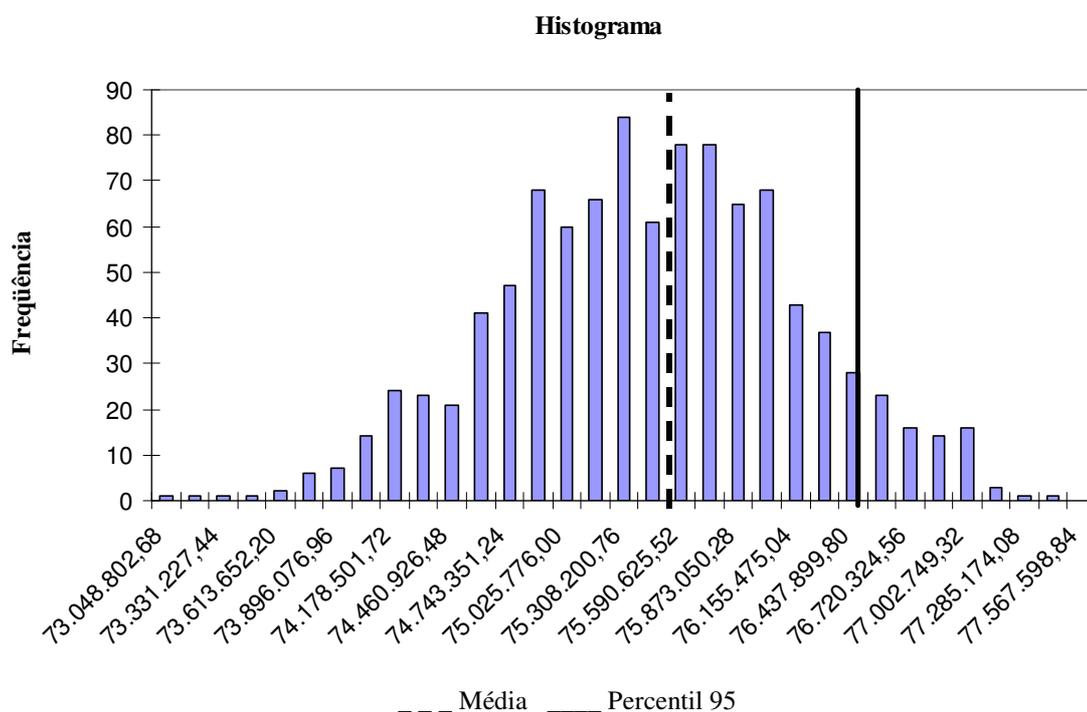
<sup>2</sup> *United States Individual Annuity Mortality Table – 1983* (ver [www.soa.org.br](http://www.soa.org.br))

**Tabela 1 –Estatísticas das simulações**

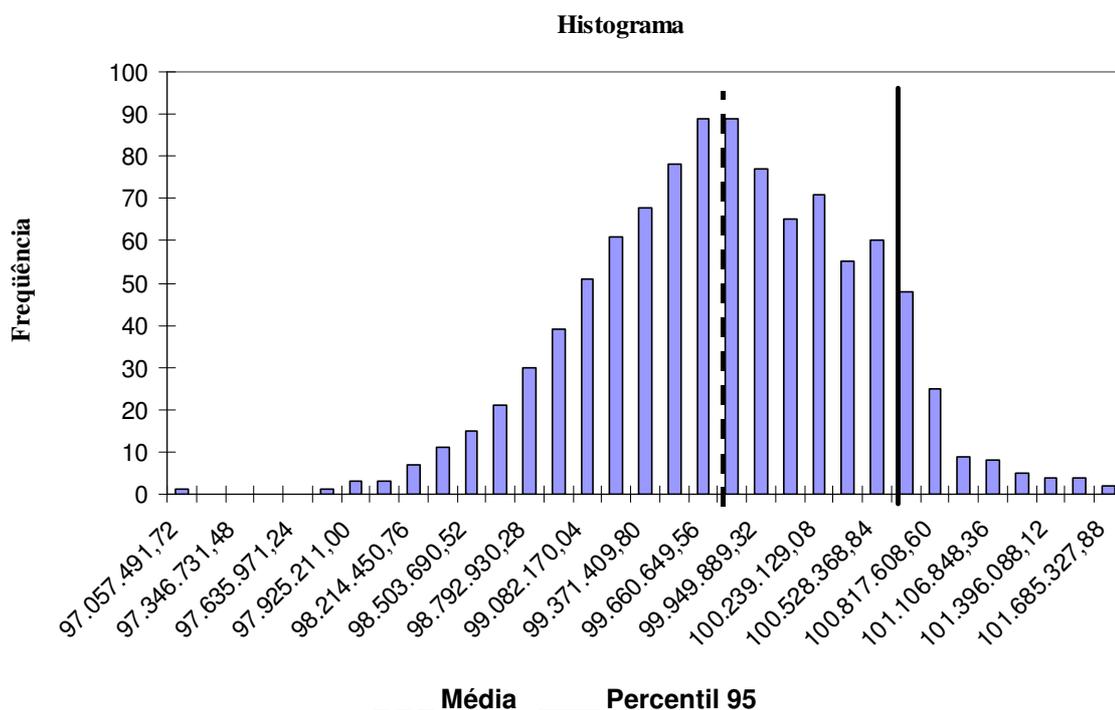
<b>Estatística</b>	<b>Valores da Reservas – AT49</b>	<b>Valores da Reservas – AT83</b>
<b>Mínimo</b>	73.048.802,68	97.057.491,72
<b>Máximo</b>	77.567.598,84	101.685.327,88
<b>Média</b>	75.374.883,44	99.692.940,85
<b>Desvio Padrão</b>	724.591,29	668.146,59

Observa-se que as reservas calculadas com a Tábua AT49 são bem menores, denotando que esta tábua apresenta expectativas de vida também inferiores se comparadas com a Tábua AT83.

As figuras adiante apresentam os histogramas das reservas matemáticas calculadas com as duas tábuas obtidas com as 1000 simulações.



**Figura 3: Histograma das reservas matemáticas simuladas com a Tábua AT49**



**Figura 4: Histograma das reserva matemáticas simuladas com a Tábua AT83**

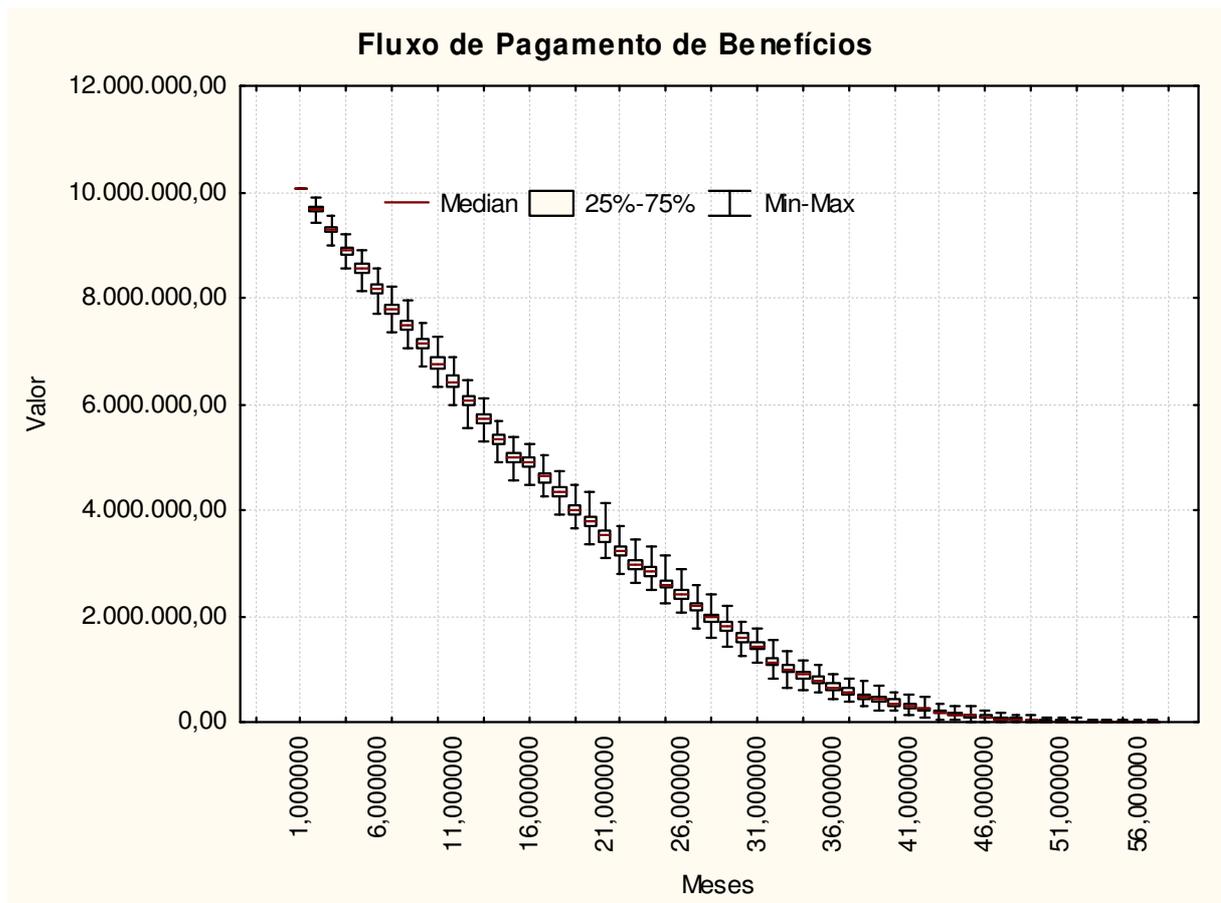
Os gráficos revelam ainda os percentis das reservas matemáticas calculadas estocasticamente. Com isso, identificam-se os valores das reservas, com determinado nível de confiança, considerando os eventos aleatórios da mortalidade dos indivíduos, caso fosse assumido que os histogramas encontrados equivalessem à verdadeira distribuição de probabilidade das reservas matemáticas do plano de pensão.

Assim sendo, com 95% de confiança, o valor da reserva matemática do plano de benefício calculada com a Tábua AT49 é menor ou igual a R\$ 76.599.606,46, que corresponde ao percentil 95 do resultado obtido com as 1000 simulações, representado pela linha vertical contínua da Figura 1. Já a Figura 2 mostra que, com 95% de confiança, o valor da reserva matemática do plano de previdência em questão, calculada com a Tábua AT83, corresponde ao valor de R\$ 100.684.409,63, representado pela linha vertical contínua, considerando ainda que o histograma encontrado se equivale à verdadeira distribuição de probabilidade da variável reserva matemática.

Nota-se que os gráficos são bastante simétricos em relação à média que está bem próxima da reserva calculada pelo método tradicional ou determinístico. As linhas tracejadas dos gráficos correspondem à reserva matemática calculada pelo método determinístico, ou seja, utilizando a tábua de mortalidade propriamente dita como referência média das taxas de sobrevivência e morte.

Verifica-se ainda que as reservas matemáticas médias calculadas com as Tábuas AT49 e AT83, com 95% de probabilidade, estão contidas nos intervalos [R\$ 74.013.459,32; 77.386.540,68] e [R\$ 94.715.591,54; R\$ 99.032.149,62], respectivamente, considerando que as distribuições de frequência encontradas seguem distribuições normais, ou seja, 95% das observações encontram-se à distância de dois desvios padrões para mais e para menos. Essa análise é fundamental para se ter o conhecimento do nível de incerteza dos valores das reservas matemáticas.

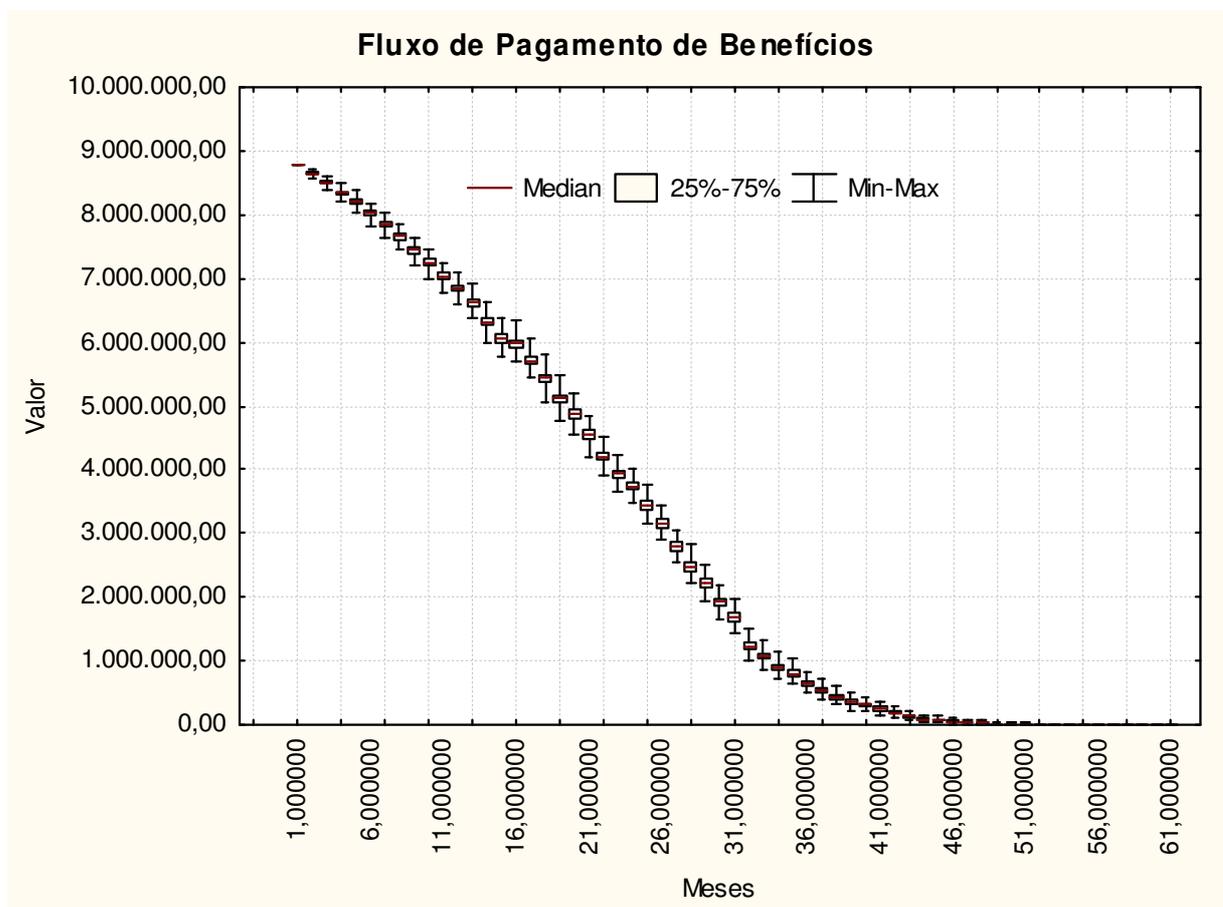
Na seqüência, os gráficos exibem os fluxos de despesas com pagamento de benefícios previdenciários após 1000 simulações com os 3861 indivíduos. É possível verificar que toda a população atualmente envolvida se extingue por volta dos próximos 50 anos, considerando a Tábua AT83, onde nenhum indivíduo da população terá idade superior a 115, que corresponde à idade inalcançável da tabua de mortalidade. Com a AT49, esse fluxo se encerra antes, por volta do ano 40, confirmando que as taxas de mortalidade desta tábua são maiores que a Tábua AT83.



**Figura 5 : Fluxo de despesas com pagamento de benefícios – AT49**

A dispersão dos fluxos futuros em cada data futura pode ser observada através dos gráficos apresentados denominados de Box-Plot, onde se verificam os valores mínimos, máximos e medianos, além dos valores que representam os primeiro e terceiro quartis.

A variabilidade desses fluxos de pagamentos da simulação é possível de se observar, ao contrário do cálculo tradicional de reservas matemáticas, pelo qual se utiliza valores médios ou esperança matemática das taxas de mortalidade, gerando assim um único fluxo, não deixando visíveis os níveis de variabilidade. É imperativo lembrar que como se trata de uma variável aleatória, é interessante para o fundo de pensão utilizar uma reserva de contingência para possíveis ajustes que se façam necessários no plano, uma vez que existem probabilidades dos fluxos não serem exatamente o valor médio. Outro motivo importante para essa análise de dispersão do fluxo deve-se ao fato de que quanto mais disperso, mais prejudicará as alocações dos ativos financeiros do plano, pela maior possibilidade da necessidade de recursos líquidos para o pagamento dos benefícios.



## **Figura 6 : Fluxo de despesas com pagamento de benefícios – AT83**

A variabilidade desses fluxos de pagamentos da simulação é agora possível de se observar, ao contrário do cálculo tradicional de reservas matemáticas, pelo qual se utiliza valores médios ou esperança matemática das taxas de mortalidade, gerando assim um único fluxo, não deixando visíveis os níveis de variabilidade possíveis. É imperativo lembrar que como se trata de variável aleatória, mesmo havendo um único fluxo tradicional, é interessante para o fundo de pensão se utilizar de uma reserva de contingência para possíveis ajustes que se faça necessário no plano. Outro motivo importante para essa análise de dispersão do fluxo deve-se ao fato de que quanto mais disperso, mais prejudicará as alocações dos ativos financeiros do plano, pela maior possibilidade de necessidade de recursos líquidos para o pagamento dos benefícios.

As médias em cada um dos Box-Plot, de cada um dos períodos futuros da simulação, nas figuras que representam os fluxos de pagamentos correspondem ao fluxo de saída de recursos obtido pelo método de cálculo tradicional. Tal fluxo se encontra entre os fluxos simulados, validando, portanto, o modelo de simulação desenvolvido, uma vez que as taxas de mortalidade das tábuas representam as taxas esperadas de mortalidade por idade alcançada.

### **4 – Considerações Finais**

Os fundos de pensão são instrumentos essenciais para qualquer nação, seja ela desenvolvida ou em desenvolvimento. Tanto no caráter social, pela manutenção do padrão de vida dos indivíduos após a vida laborativa, como no caráter econômico, como instrumento de formação de poupança interna que viabiliza investimentos em empresas, infraestrutura, títulos, dentre outros, gerando emprego e renda para a sociedade onde estão inseridos.

Pela importância dos fundos de pensão, é necessária uma administração rigorosa dos recursos dos segurados garantindo o pagamento dos benefícios prometidos, uma vez que para isso é imprescindível a exposição a alguns riscos, que dentre os mais importantes estão os riscos biométricos, ou seja, aqueles relacionados à confirmação das estimativas de sobrevivência da população coberta, e os riscos econômicos ou de mercado, referentes ao alcance da rentabilidade obtida com os investimentos comprometendo a formação das reservas correspondentes aos benefícios prometidos.

Portanto, é primordial para o gestor de um fundo obter informações referentes à variabilidade dos seus compromissos para estar preparado para qualquer evento possível e indesejado. Assim, a apuração estocástica do passivo atuarial de um plano de previdência fornece ao gestor informações não somente do valor esperado do compromisso futuro, mas a distribuição de probabilidade desse compromisso, bem como os prováveis fluxos de pagamento de recursos futuros.

Dessa maneira o gestor terá melhores condições de aplicar os recursos dos fundos de pensão, pois poderá prever a necessidade de liquidez dos recursos com certo grau de probabilidade, planejar melhor seus investimentos e não comprometer a rentabilidade esperada com a aplicação dos recursos dos participantes.

Nesse contexto, com as simulações efetuadas é possível saber a probabilidade de ocorrência da reserva matemática a partir da distribuição de probabilidade encontrada. O cálculo estocástico da reserva matemática permite ainda a construção de fluxos de caixa atuarial do Fundo de Pensão baseado nas distribuições das reservas matemáticas projetadas para o futuro incerto, possibilitando, por conseguinte, um maior conhecimento das possíveis variações do passivo atuarial e dos riscos envolvidos, além de se projetar o fluxo de desembolsos futuros correspondentes aos pagamentos dos benefícios.

Os resultados encontrados demonstram claramente o erro no qual o administrador do Fundo de Pensão pode incorrer ao ignorar o comportamento aleatório das variáveis que determinam seu Passivo Atuarial. Sem dúvida, a partir destes resultados, introduz-se uma medida de risco associada ao valor esperado dos compromissos extremamente útil na gestão de risco do fundo de pensão. Esta informação também poderá fornecer subsídios para uma melhor alocação dos ativos do Fundo de Pensão, com o objetivo de melhor honrar seus compromissos futuros com seus participantes.

Os valores das reservas matemáticas calculadas com a Tábua AT83 são superiores aos obtidos utilizando-se a Tábua AT49, em razão da primeira apresentar expectativas de sobrevida superiores. Pelo mesmo motivo, os fluxos de desembolsos com pagamento de benefícios com a Tábua AT49 se encerram alguns anos antes se comparados com os fluxos calculados com a AT83.

A utilização da dinâmica de mensuração estocástica dos passivos atuariais poderá servir de insumo para estudos futuros de Asset Liability Management – ALM, que corresponde à gestão integrada de ativos e passivos atuariais dos fundos de pensão, ou seja, um modelo de alocação ótima dos recursos tendo em vista as variáveis estocásticas inseridas tanto na mensuração dos passivos atuarial como na determinação dos valores dos ativos, prevendo com determinada probabilidade o nível de solvência do plano de previdência.

A operacionalização de um modelo de ALM consiste, portanto, em encontrar uma solução ótima ou, pelo menos, boas soluções para alocação dos recursos dos fundos, levando em conta seus objetivos e restrições estabelecidas, sobretudo relacionadas à componente aleatória do passivo atuarial. Trata-se, portanto, de um processo de otimização e, como tal, envolve a utilização de um algoritmo capaz de encontrar tais soluções, visto que, analiticamente o processo é impossível dada a quantidade de variáveis e equações que formulam o problema.

## **5 – Referências Bibliográficas**

AGUIAR, Manoel Robson. **UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA GESTÃO FINANCEIRA EM FUNDOS DE PENSÃO**. 2004. Monografia (Bacharelado em Atuaria). Faculdade de Economia, Administração, Atuaria e Contabilidade. Universidade Federal do Ceará.

BRASIL, Gilberto. **O ABC DA MATEMÁTICA ATUARIAL E PRINCÍPIOS GERAIS DE SEGUROS**. Porto Alegre, Sulina, 1985.

BURATTO, Marcos V.. **CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE SIMULAÇÃO PARA ANALISAR A CAPACIDADE DE PAGAMENTO DAS EMPRESAS EM FINANCIAMENTOS DE LONGO PRAZO**. 2005. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Administração. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

CAPELO, Emílio R. **UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO ATUARIAL DOS FUNDOS PRIVADOS DE PENSÃO**. São Paulo, EAESP/FGV, 1986. (Tese de Doutorado apresentada ao Curso de Pós-Graduação da EAESP/FGV, Área de Concentração: Administração Contábil e Financeira, Domínio Conexo: Métodos Quantitativos em Administração).

DACHS, J. Norberto W. **ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 1998.

DA SILVA, E. Medeiros. et. al. **PESQUISA OPERACIONAL**. São Paulo: Atlas, 1998.

EVANS, J. R., Olson, D. L. **INTRODUCTION TO SIMULATION AND RISK ANALYSIS**. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

LAW, A.M., KELTON, W.D. **SIMULATION MODELING & ANALYSIS**. New York: McGraw-Hill, Inc, 1991.

OLIVEIRA, Átila E. **ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA NO BRASIL – POLÍTICA DE INVESTIMENTOS EM FUNDOS DE PENSÃO - ALM.** Fortaleza, UFC, 2005. (Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Economia, Área de Concentração em Economia de Empresas, da Universidade Federal do Ceará)

OLIVEIRA, Maria A. C. **UMA ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DE ALM PELOS FUNDOS DE PENSÃO NO BRASIL E UMA CONTRIBUIÇÃO PARA ANÁLISE DO RISCO DE SOLVÊNCIA NOS PLANOS DE BENEFÍCIO DEFINIDO.**São Paulo, USP, 2005. (Dissertação apresentada ao Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo).

PEREIRA, Aline Maria Paz. **FUNDOS DE PENSÃO: UMA INTRODUÇÃO À ADMINISTRAÇÃO DA SOLVÊNCIA.** 1996. Monografia (Bacharelado em Atuaria). Faculdade de Economia, Administração, Atuaria e Contabilidade. Universidade Federal do Ceará.

PINHEIRO, Ricardo P. **RISCOS DEMOGRÁFICOS E ATUARIAIS NOS PLANOS DE BENEFÍCIO DEFINIDO E DE CONTRIBUIÇÃO DEFINIDA NUM FUNDO DE PENSÃO.** Belo Horizonte, UFMG/FACE, 2005. (Tese apresentada ao curso de doutorado em Demografia do Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais)

VILANOVA, Wilson. **MATEMÁTICA ATUARIAL.** São Paulo: Pioneira, 1969.

WINKLEVOSS, Howard E.. **PENSION MATHEMATICS WITH NUMERICAL ILLUSTRATIONS.** Second Edition. Pennsylvania, 1993.